

MÓDOSÍTOTT ÚJSÁGÁRUS PROBLÉMA ALKALMAZÁSA AZ IGÉNY SZERINTI TÖMEGGYÁRTÁSBAN

*Mileff Péter**

Abstract. Inventory control is an essential problem of the management of supplier companies for several decades. In recent years numerous new supply chain and inventory control models have been developed to support management decisions. In this paper, we investigate the classical one-customer and one-supplier (news vendor) problem with an analytical, event oriented model. Our basic aim was to extend the classical one-period news vendor model to n periods, which means that management decisions will be made only once at the beginning of a predefined time horizon based on demand forecast information. A new heuristic method was developed to determine the optimal length of the time horizon. We examine the problem by means of an own simulation method and analysis of the results will also be discussed.

1. BEVEZETÉS

A tömeggyártás területén működő cégek üzleti környezete, a legutóbbi 15 évben jelentősen megváltozott. A tömegcikk iránti piaci igény intenzitása továbbra is magas szinten maradt, de a piacon új követelmények egész sora jelent meg. A termékek életciklusa rövidebb lett. Jelentősen megnőtt a vevők igénye új, divatos formákra, speciális csomagolásokra, még jobb termék tulajdonságokra. A tömeggyártás területén működő cégek termékeiket általában komponensekből szerelik össze és csomagolják készre. A komponenseket és a csomagoló anyagokat nagyobb részben beszállító láncok szállítják.

Az üzleti környezet változása befolyásolja a cégek és beszállítóik üzleti, műszaki és logisztikai kapcsolatait. A korábbi, alapjában véve egyszerű vásárló-eladó (úgynevezett „hideg”) beszállítói viszony egyre szorosabbá, („melegebbé”) vált. Ez azt jelenti, hogy **a kooperatív és együttműködő módszerek és tevékenységek váltak az SCM (Supply Chain Management) technikák fejlesztésének egyik fő tárgyaivá.** Fontos szerepet játszik ebben a folyamatban az IT (információs technológia) gyors fejlődése. Az egymástól sok tekintetben független, lokálisan is elkülönülő vállalatok valós idejű, hálózat-szerű együttműködése hatékony számítógépes hálózati informatikai rendszer nélkül nem megvalósítható.

A tömeggyártás teljes termelő- értékesítő láncja meglehetősen hosszú. A vevők igényei bevásárló központokban jelennek meg, amelyek ellátó

(logisztikai) központoknak adnak rendeléseket. A központok ezeket a termelő (végtermék gyártó) cégekhez továbbítják. A végtermék gyártó cégek beszállítók tucatjainak adnak tovább rendeléseket. Ezek belső rendeléseket, sorozatokat indítanak, és saját beszállítóiktól nyersanyagokat rendelnek. Ezeknek a több fokozatú információs, döntési és fizikai (termelő és transzportáló) beszállító láncoknak, anyag- és információ-továbbító csatornáknak, ki nem küszöbölhető időbeli késleltetése van. A késleltetések és a folyamatok sztochasztikája, a kisebb nagyobb instabilitások, hiányok, feleslegek és többé fel nem használható veszteségek (selejtes és „dög” készletek) forrásává válhatnak. **A kialakuló komplex, nagyméretű, kollaboratív beszállítói rendszerek szükségessé teszik az üzleti és a műszaki folyamatok fokozottabb informatikai támogatását.** A piacon ma már rendelkezésre állnak nagy, integrált vállalatirányítási (ERP) rendszerek. Ezek beszállító (Supply Chain Management, SCM) moduljai és önálló SCM alkalmazások is, amelyek többé-kevésbé képesek támogatni a fent vázolt tervezési, döntési, végrehajtási és információs folyamatokat.

Az értékesítő, a végtermék gyártó és a beszállító cégek kapcsolata a gyakorlatban nagyon összetett és sokféle lehet. Ez indokolja a modellek szélesebb körének vizsgálatát, további hatékony döntés-támogató és tervező módszerek elemzését. Ha csak a végszerelő és a beszállítók kapcsolatát vizsgáljuk, ezen a szinten is elkülöníthetők stratégiai, taktikai és operatív együttműködési területek.

A piaci igények erős ingadozása, sztochasztikája a tömeggyártó cégek tevékenységét is jelentősen befolyásolja. A sokszor éles piaci verseny viszonyai között folyamatosan őrizni kell a megszerzett piaci pozíciókat. Ez kiemelt hangsúlyt ad a megrendelések határidői betartásának. **A szállítókészség iránti magas követelmények indokolják a vegyes, rendelésre és készletezésre gyártás (Make to stock + Make to order) üzleti politikájának megvalósítását.** A végtermék iránti piaci követelményeket a végtermék-gyártók közvetítik a beszállítóknak, amelyeknek üzleti politikájában ezeknek a tényezőknek szintén meg kell jelennie.

Ebben a technikai tanulmányban, - a fent vázolt komplex problémakörből kiemelve - **a kollaboratív beszállító készletezési politikájának néhány lehetőségeit vizsgáljuk** nem determinisztikus igények esetén. Feltételezzük, hogy stratégiai szinten léteznek azok a szerződések, amelyek a beszállító és a végtermék gyártó üzleti viszonyát meghatározzák.

* A Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola hallgatója. Témavezető: Nehéz Károly, PhD. A Magyar Tudományos Akadémia Termelésinformatikai Kutatóhelye (PIERT), Miskolci Egyetem, Alkalmazott Informatikai Tanszék.
email: mileff@ait.iit.uni-miskolc.hu, nehéz@ait.iit.uni-miskolc.hu.

Taktikai szinten megoldott a jövőre vonatkozó piaci igény-becslések (*forecast*-ok), a közép- és rövid-távú gyártási ütemtervek, a visszaigazolások, a konkrét anyag-lehívások és a szállítási műveletek szervezése, azaz a termelés-tervezési és irányítási folyamatok szinkronizációja. Feltételezzük, hogy a számítógépes kommunikációs feltételek adottak az üzleti és műszaki folyamatok megvalósításához.

Jelen cikkben (a kutatás e fázisában) a modell elemzéséhez, a problémát egy beszállító, és egy végtermék gyártó kapcsolatának vizsgálatára redukáljuk.

Feltesszük továbbá, hogy a beszállító egy terméket gyárt, és egy végtermék gyártóval áll kapcsolatban. A végtermék gyártó legalább középtávra, azaz több hétre előre meg tudja adni az igény előrejelzését, de konkrét szállítási igényt - hívás formájában - csak rövid előretekintéssel, tipikusan egy-két hétre ad. A végtermék gyártó által közölt információ valamilyen mértékben bizonytalan, az előrejelzés és a konkrét hívások adatai nem mindig esnek egybe.

Az elemzés elsődleges célja olyan beszállítói készletezési (*Invenrory Control*) politikák vizsgálata, amely biztosítják a végtermék gyártó igényeinek megfelelő szállítási teljesítést (megfelelő kiszolgálási szintet. *Service Level, SL*) az adott termékből, a bizonytalanságokat is figyelembe véve.

A beszállító gyártási illetve készletezési politikája legyen optimális valamilyen értelemben, figyelemmel a szereplők kollaboratív együttműködési viszonyaira. A fenti politikát első lépésben egy raktári készlet szint időbeli menedzselése (meghatározása, szabályozása) jellemezze. A végtermék gyártó szerződéses kötelezettsége hogy műszaki specifikációval, hosszú és középtávú előrejelzésekkel lássa el a beszállítót. A beszállító cégszerződéses kötelezettsége, hogy megfelelő időben megállapodás szerinti szolgáltatásokat nyújtson a végtermék gyártónak.

A készlet szintet a beszállító belső gyártással, belső megrendeléssel tudja irányítani. A beszállító irányítási feladata az, hogy a rendelkezésére álló információk birtokában meghatározza, milyen készlet szinteket tartson, és **milyen időpontokban mekkora sorozatot indítson** a készlet szint menedzselésére.

Ami a korlátozó feltételeket illeti, feltesszük, hogy a beszállító által legyártott és tárolt termékek a hívás idejéig nem romlandók, és a szükséges időben a termelői kapacitások korlátozás nélkül rendelkezésre állnak. A beszállítónak a termékek gyártásához alapanyagokra van szüksége. Feltételezzük, hogy a gyártás kezdetekor ezek az anyagok rendelkezésre állnak. Feltételezzük, hogy az alapanyagok és a készárúk külön raktárban helyezkednek el, így a modell nem foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy a két készlet esetleg helyet foglal el egymástól.

A tanulmány ezekkel a feltételekkel egy hazai tömeggyártással foglalkozó nagyvállalat által indított VITAL nevű projekt célkitűzéseire alkalmazkodik. A modellek vizsgálatának célja a kooperatív beszállító hálózat menedzselési módszereinek elemzése, és/vagy

fejlesztése a VITAL keretében. A tanulmány egy lehetséges alternatívát vizsgál, amelyek a VITAL projekt későbbi szakaszában esetleg további elemzések alapját képezhetik.

2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A készletgazdálkodási problémák hatékony modellezésének és megoldásának igénye a termelői iparvállalatok, üzemek, vállalatok fennállása óta létezik. Az első sikeres publikációk az 1950 –es évek elején jelentek meg, és azóta is kitartóan nagyszámú publikáció jelent meg a készletgazdálkodás témakörében, ami a téma aktualitását igazolja. Mivel a teljes történelem áttekintése hosszadalmas lenne, ezért most csak néhány fontosabb nevet emelünk ki. A készletgazdálkodási modellek fejlődésével kapcsolatos eseményeket részletesen összefoglalja Girlich Hans-Joachim, és Chikán Attila publikációja [5]. A kutatási eredmények egyik fő irányvonalát az egy termékes, egy periódusos modellek képviselik, melyek analitikus úton próbálnak optimális politikát nyújtani a modellezett valóság célfüggvényének megfelelően. Csak a későbbi években alakultak ki a többtermékes, többperiódusos determinisztikus, illetve sztochasztikus modellek. A készletgazdálkodási politikák másik irányvonalát a játékelméleti megközelítések képviselik, melyek kiteljesedése napjainkban érzékelhető. Ennek oka a magában a játékelméletben, mint a matematika egyik mellékágának „újyszerűségében” keresendő. A napjainkban egyre szorosabbá váló beszállító - végtermékgyártói, vásárló - eladói viszony „melegedésének”, kooperatív voltának modellezésére a játékelmélet hatékony módszereket biztosít. A továbbiakban áttekintjük az elmúlt közel 50 év legfontosabb eredményeit.

Az 1950 –es évek legfontosabb nevei közé tartozik Arrow és Marschak, akik közgazdászként számos fontos publikációjukkal az „Optimal Inventory Policy” problémáját elemezték. Karlin publikációiban a dinamikus programozás módszerével kezelték a problémát. Alistair Milne 36 évvel később azt írja, hogy Arrow, Karlin, és Scarf „Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production” témájú publikációja az egyik legjobb dokumentum a termelési döntések és a raktározási analízis tárgykörében. A klasszikus determinisztikus modellek között kiemelkedő szerepet tölt be a teljes költség minimalizálását célul kitűző Wagner-Whitin módszer, amely n hosszú véges időhorizonton $O(n \log n)$ számítási idővel határozza meg az optimális készletmennyiséget.

A bizonytalansággal terhelt készletgazdálkodási problémákkal E. Schneider matematikai modellje foglalkozott először részletesen, majd E. Shaw „Elements of a Theory of Inventory” néven egy kétperiódusú bizonytalansággal terhelt modellt alkotott meg. A 90-es években jelentek meg az (S,s) típusú dinamikus készletgazdálkodási politikák melyek matematikai hátteréhez A. Markov matematikus nyújtott szilárd alapokat. Ezekkel a modellekkel egy időben vált

ismerté John von Neumann és Oskar Morgenstern „Theory of Games and Economic Behavior” c. híres könyve, amely újabb irányt adott a készletezési problémák megközelítésének. Dvoretzky, Kiefer és Wolfowitz tanulmánya az (S,s) típusú politikát fix időintervallum, és fix büntető költség esetén vizsgálta.

A raktározási problémák vizsgálata napjainkban az ellátási láncok menedzsmentjének is fontos részévé vált. Számos kiváló publikáció jelent meg ezzel a témával kapcsolatban (Lal és Staelin (1984), Monohan (1984), Lee és Rosenblatt (1986), Dada és Srikanth (1987) és Weng (1995)) melyek determinisztikus igény modellekkel dolgoztak.

Az utóbbi időben a modellek fejlesztése inkább a vállalatok közötti kollaborativitás felé orientálódott. A kollaboratív tervezés (Aviv), a forecast és a Vendor Management (Aviv and Federgruen, 1998), és az ellátási láncon belüli információ megosztás témakörben is (Gavimani, Kapuscinski és Tayur, 1999) jelentős eredményeket értek el a kutatók. Napjainkban az ellátási lánc sokszínű problémáinak megoldásában a legkiemelkedőbb eredmények G. P. Cachon, nevéhez fűződnek, akinek számos publikációja kiváló eredményeit tanúsítja.

A készletgazdálkodási modellek nagy irodalmában kiemelkedő szerepet kap az úgynevezett „újságárus” modell. A sztochasztikus modellt egyszerűsége, és hatékonysága miatt előszeretettel alkalmazzák az Operation Management különböző területén. Centralizált és decentralizált ellátási lánc készletezési folyamatai (e.g., Shang and Song 2003, Cachon 2003), kiskereskedelmi árukészlet tervezés (e.g., van Ryzin and Mahajan, 1999), nemzetközi tevékenységek (e.g., Kouvelis and Gutierrez 1997), horizontális versengés a cégek között sztochasztikus igények esetén, (e.g., Lippman and McCardle, 1995), lead time versengés (e.g., Li 1992), erőforrás bevonás és alvállalkozásba adási döntések (e.g., Van Mieghem 1999), termék és folyamat újratervezés (Fisher and Raman 1996 and Lee 1996), készáru piac és készletgazdálkodás (e.g., Lee and Whang 2002) csak néhány név a sokból.

A készletgazdálkodás az ellátási láncok menedzselésében manapság is fontos szerepet kap. Az informatika rohamos fejlődésével egyre nagyobb szerephez jutnak az ERP és SCM alkalmazási rendszerek, amelyekben az adatbázis alapú tranzakciókon túlmutató analitikus megoldások is helyet kaphatnak. Következésképpen a soktermékes, és sokszereplős dinamikus rendszerek kezelhetővé váltak különböző operációkutatási módszerek (pl.: korlátozás programozás) alkalmazásának segítségével. Gyors döntéseknél és „mi lenne ha” típusú elemzésekben azonban továbbra is nagy szerepe van az analitikus eredményeken és heurisztikákon alapuló megoldásoknak.

3. AZ ELLÁTÁSI LÁNC PROBLÉMA MEGKÖZELÍTÉSE AZ ÚJSÁGÁRUS MODELLEL

A modelleket időbeli tulajdonságaik alapján diszkrét és folytonos csoportba lehet sorolni. A diszkrét modellekben a döntések és az állapotváltozók értékváltozásai diszkrét, előre meghatározott időpontokban történnek. Szokás ezért ezeket **esemény orientált** modelleknek is nevezni.

A beszállító által használható sikeres készletezési modellekben a **kritikus és az optimális** raktárkészlet valamint a költség-optimalis raktározási politika, döntések sorozataként realizálódik, mely során döntések születnek arról, hogy mikor és mekkora mennyiségű termék gyártása történjen. Ilyen döntéseket minden beszállító cégnek hozni kell, amely szerződés alapján, készletekből elégíti ki lehíváson alapuló igényeket. Természetesen az egyes döntések felelősséggel járnak, melyek következményei termelési, logisztikai és üzleti költségekben jelentkeznek. Fel nem használható és többlet gyártása esetén készlet finanszírozási és raktározási költségek, nem elegendő gyártása esetén pedig büntető (*penalty*) költségek jelennek meg. Ez utóbbiak modellezése különösen nehéz. Természetesen különböző modelleknek különböző célfüggvényei lehetnek, melyek segítségével akár egyfajta közös érdeket is ki lehet fejezni végszerelő és beszállító között. (együttes célfüggvények). Korlátozásként jelenhet meg a „hiány” szigorú meg nem engedése is (pl.: rövid ciklusú JIT beszállító rendszer esetén). Jelen tanulmányban olyan modellt vizsgálunk, amely általánosságban megengedi a hiány kis kockázatát, de a *penalty* költségek emelésével ezek gyakorisága tetszőleges kicsivé tehető.

A büntető költségek fogalmát a készletezési politikában az irodalom három különböző módon használja.

1. Az első értelmezés szerint a beszállító büntető költséget fizet a ki nem elégített rendelések (lehívások) esetén, amely a végtermék-gyártó által elvesztett üzlet veszteségének átvállalását jelenti. Ez az eset az egyszerű, „hideg” vásárló-eladó viszony esetén is megjelenik (*back-order* költségek).

2. Egy második értelmezés szerint a beszállítónál keletkezett hiány mindenképpen növeli a teljes termelési lánc költségeit még akkor is, ha nincs konkrét elvesztett üzlet. A végtermék gyártónak ugyanis többlet belső tevékenységekkel, késztermék készletekkel, átütemezésekkel, stb. kell a beszállítói hiány következményeit elhárítani. Ez a fajta megközelítés már egyfajta „meleg” (kooperatív) kapcsolatot tételez fel a felek között.

3. A harmadik értelmezés szerint nemcsak a belső rendelések ki nem elégítése és az üzletvesztés, hanem a túlzottan nagy elfekvő, (esetleg már soha többé nem értékesíthető) készletek is veszteséget okoznak a teljes termelési láncnak, amelyet a feleknek közösen kell viselni. A felek ilyen szoros üzleti,

termelési és logisztikai viszonya hosszú-távú érdekközösséget, egyfajta „Virtuális vállalati” kapcsolatokat tételez fel. Jelen tanulmányban a modellekben megjelenő penalty költségének értelmezését a második típusra vonatkoztatjuk.

A beszállító készletezési problémájának megoldására a klasszikus újságáros esemény orientált modellt választottunk, amely ciklikus lehíváson és szállításon alapul. Jelen cikkben elvégezzük ennek az alapmodellnek a kiterjesztését, melynek segítségével a kapott optimális készletezési politika a beszállítással kapcsolatos költségeket hosszú-távon minimális szinten tartja. A költségek minimalálásával – közvetve – a nyereség maximalizálható.

Nyilvánvaló, hogy egy kooperatív beszállítói rendszerben a beszállító magasabb színvonalú szolgáltatásokat kell vállaljon. A végtermék gyártó ezt stabil és megbízható rendeléssel, a folyamatok előre jelzésével, részletes üzleti és termelési információkkal, hosszú távú szerződéses biztonsággal ellentételezi.

A kooperatív (sőt kollaboratív) beszállítói rendszernek a beszállítói készletezési politika természetesen csak egy (fontos) komponense. A teljes kapcsolati rendszer minden elemét itt most nem tárgyaljuk.

A modellben az igényt, amely a lehívási események alkalmával jelenik meg idő-függőnek, illetve véletlen valószínűségi változónak tételezzük fel, amely az előrejelzésekben várható értékével és eloszlás függvényével ismert. (A legegyszerűbb esetben minden t időpontban ez $D_{\min}$ és $D_{\max}$ között egyenletes eloszlású). (Megjegyezzük, hogy a modell más, tetszőleges eloszlásra is alkalmazható). Az igények előre meghatározott és ismert, fix periodicitással érkeznek a beszállítóhoz.

A beszállító készletezési politikájának elemeit és legfontosabb fázisait az alábbiakban foglaljuk össze.

Az igény eloszlási függvényének ismerete a módszer első számítási lépéséhez szükséges. Ebben a lépésben meghatározzuk a költségek szempontjából hosszú távon optimális, változó raktárkészletet. A továbbiakban a módszer második lépésként ennél a raktározási mennyiségnél kisebb raktárkészletre törekszünk a konkrét lehívások információjának felhasználásával. Ehhez egy olyan kritikus készlet-szintet határozzunk meg, ahol egy lehívási periódusra a „gyártás” (feltöltés) és a „nem gyártás” (készletszint tartás) költségei megegyeznek[1]. A módszer harmadik lépése maga a döntés, melynek során döntés születik egy gyártási (feltöltési) sorozat indításáról. Ha az aktuális raktárkészlet kisebb, mint a kritikus készletszint, akkor gyártani kell, egyébként nem kell tenni semmit a következő döntési eseményig.

A modell a beszállító szemszögből vizsgálja a problémát. A kollaborációs érdekek a paraméterek értékein keresztül jelennek meg a modellben. A modell megoldási módszerének bemutatása után ismertetjük az optimális politika megvalósításának lépéseit.

3.1 A klasszikus újságáros modell

A modellben alkalmazott paraméterek és azok értelmezése a következő:

- c_f – setup költség (fix cost). Ez a költség mindig fennáll, amikor egy termék gyártása elkezdődik. [Ft]
- c_v – változó költség (variable cost). Ez a költségfajta jelenti egy termék legyártásának költségét. [Ft/darab]
- p – back-order költség (penalty cost). Ha kevesebb anyag van a raktáron, mint amennyi kielégíti a szükséges igényeket, ez a büntetőköltsége a ki nem elégített rendeléseknek. [Ft/darab]
- h – raktározási költség (holding cost) [Ft/darab]
- D – D jelöli a vevő által a termékre felmerülő igényt, amely egy tetszőleges valószínűségi változó. (Általában egyenletes eloszlásnak tekintjük.)
- $E[x]$ – az x valószínűségi változó várható értéke.
- q – késztermék mennyiség (quantity).
Megjegyzés: a célunk az, hogy döntés születessen arról, hogy ennyi termék legyen a raktáron a gyártási döntés után. Ebbe beletartozik a kezdő raktárkészlet (initial inventory) is. Ha nem gyártunk semmit, akkor ez a mennyiség megegyezik a kezdő raktárkészlettel.
- x – Kezdő raktárkészlet. Azt feltételezzük, hogy a beszállító a hét kezdetén x darab késztermékkel rendelkezik a raktárában.
- m – m jelöli a tényleges gyártási mennyiséget az adott periódusban. Értéke az optimális és az előző periódusból a raktáron maradt termék mennyiség különbsége.

A paraméterek alapján a vázolt probléma költségfüggvényét a paraméterek függvényében a következőképpen írhatjuk fel [1][11]:

$$K(q) = c_f + c_v(q - x) + pE[D - q]^+ + hE[q - D]^+ \quad (1)$$

3.2 A költségfüggvény összetevői

Az egyenlet első tagja kifejezi, hogy minden sorozat gyártásának indítása valamilyen fix (pl.: *setup*) költséggel jár, amely egy új gyártási sorozat indítási költségét fejezi ki. A második tag a gyártandó termékek változó költségét mutatja. Mivel feltételezzük, hogy a raktárban már x darab késztermék rendelkezésre áll, ezért egy gyártási döntés $m = q - x$ darab termék legyártását fogja eredményezni.

A költségfüggvény harmadik tagja az úgynevezett büntető (*back-order*) költség, amely a kielégítetlen igényből származó költséget szimbolizálja. A költségfüggvényben szereplő $\max(x, 0)$ függvény,

akkor lesz nullától eltérő, ha az igény nagyobb, mint a raktáron lévő mennyiség. Lehetnek természetesen olyan esetek, amikor nem megengedett a back-order. Ezt úgy lehet figyelembe venni, hogy a modell p paramétere magas értéket kap. Az egyenlet utolsó tagja azt a készletezési többlet (*holding*) költséget adja meg, amely akkor keletkezik, ha az igény kevesebb volt, mint a raktárban lévő késztermék mennyiség. Ha az igény több mint a már legyártott késztermék mennyisége, akkor természetesen nincs többlet költség, mivel a raktár kiürül a rendelés teljesítése után.

3.3. Az optimális raktárkészlet meghatározása

Az optimális raktárkészlet meghatározás a fenti költségfüggvény alapján, egy szélsőérték számítási feladat, ahol cél, a függvény q szerinti minimumának megtalálása:

$$\frac{dK(q)}{dq} = \frac{d}{dq} \left[c_f + c_v(q-x) + pE[D-q]^+ + hE[q-D]^+ \right] = 0. \quad (2)$$

Megjegyzés: A levezetés a mellékletben megtalálható.

A fenti összefüggésből a $q=S$ optimális értékre (hosszadalmas levezetés után) indirekt összefüggést kaptunk. A bonyolultságot a $\max$ operátorok és az E várható érték operátor kezelése okozza.

A hosszú távon költség optimális késztermék mennyiség a következő összefüggés alapján számítható:

$$F(S) = \frac{p - c_v}{p + h}, \quad (3)$$

ahol $F(D)$ az igény eloszlásfüggvénye.

Az S értéke kifejezi, hogy mennyi késztermék legyen a raktáron az igény megjelenésekor. Könnyű belátni, ha éppen nem áll rendelkezésre az igényt kielégítő mennyiség, akkor nem feltétlenül kell gyártani, mivel a gyártásindítás egy olyan fix költséggel jár, ami a kis mennyiség gyártását költségessé teszi. Ebből következően belátható, hogy biztosan létezik egy olyan kritikus mennyiség, ami kisebb az optimális (S) késztermék mennyiségétől, de ezt a mennyiséget választva érdemesebb elviselni a büntetés (back-order) kockázatát. Azt a pontot, ahol annak a döntésnek a költsége, hogy gyártunk, és annak a döntésnek a költsége, hogy inkább vállaljuk a back-order kockázatát egyenlő, nevezzük kritikus raktárszintnek (s). A kritikus raktárkészlet használata azonban a gyakorlatban már kollaboratívási kérdéseket boncolgat, amely az együttműködő partnerek szerződéses viszonyától nagymértékben függ. A szakirodalomban a készletgazdálkodásnak ezt a fajta megközelítését (S,s) politikának nevezik. Jelen cikkben ezt a módszert tárgyaljuk, de az [1] és [11] publikációkban részletesen ismertetve van. A megoldásban megfigyelhetjük, hogy ha $p < c_v$, akkor a feladat matematikailag nem

értelmezhető, hiszen ekkor $F(S) < 0$ lenne, amit az eloszlásfüggvény definíciója nem engedhet meg. A valóságban ezt azt jelenti, hogy a nem gyártás során keletkezett büntető költség kevesebb, mint a gyártásé. Ennek értelmében a beszállító nem fog gyártani semmit, inkább viseli a büntetés következményeit.

4. AZ ÚJSÁGÁRUS PROBLÉMA KITERJESZTÉSE N EGYÜTTES HÉTRE

Az előzőekben részletesen tárgyaltuk a beszállító optimális raktározási politikáját egy hetes gyártási időhorizontra vetítve. A továbbiakban ezt a politikát egészítjük ki úgy, hogy alkalmas legyen tetszőleges, n darab gyártási ciklus (hetek) egységes lefedésére. Az így kapott összefüggéseket felhasználva bemutatjuk az n hét együttes gyártása során az optimális készletszint meghatározását. Tetszőleges hosszú időhorizont együttes gyártásának optimuma segítségével lehetővé válik az időhorizonton belüli szükséges gyártási ciklusok számának meghatározása is. Az optimális ciklusszám, azaz a minimálisan szükséges *setup* szám alkalmazásával a költségek valódi minimalizálását teszi lehetővé a beszállítói oldalon.

4.1 Optimális készletszint meghatározása n együttes hét esetén

Az n hetes együttes gyártás optimális politikájának a meghatározásában az első lépés az n hetes időhorizont költségfüggvényének felírása. Az egy hetes gyártás problémájából kiindulva kibővítjük a költségfüggvényt az n hét együttes gyártásra vonatkozó tárolási és büntető tagokkal. Összevont ciklusok (hetek) gyártása esetén természetesen csak egy fix költséggel kell számolni, hiszen több hét raktározási mennyiségeinek legyártása egyszerre történik. Feltételezzük, hogy a szükséges termelői kapacitások rendelkezésre állnak. Tárolási és büntető költségek minden héten keletkezhetnek, így az új költségfüggvény ezekkel tagokkal kibővítve válik igazán bonyolulttá. Az n hetes együttes gyártás költségfüggvénye tehát a következő:

$$\begin{aligned} K_{123,n}(q_{123,n}) = & c_f + c_v[q_{123,n} - x] + hE[q_{123,n} - D]^+ + \\ & + hE[q_{123,n} - D_1 - D_2]^+ + \dots + \\ & + hE[q_{123,n} - D_1 - D_2 - \dots - D_n]^+ + \\ & + pE[D_1 - q_{123,n}]^+ + pE[(D_1 + D_2) - q_{123,n}]^+ + \dots + \\ & + pE[(D_1 + D_2 + \dots + D_{n-1}) - q_{123,n}]^+ + \\ & + pE\left[D_n + \left[\dots + \left[D_2 + [D_1 - q_{123,n}]]\right]^+\right]^+, \end{aligned} \quad (4)$$

ahol $q_{123,n}$ jelenti azt a mennyiséget, ami gyártás után a beszállító raktárában az n hetes ciklus elején jelenik meg. Továbbá, $q_{123,n} = q_1 + q_2 + \dots + q_n$, ahol

$q_1, q_2, \dots, q_n$ jelenti az egyes hetek optimális mennyiségeit. $D_1, D_2, \dots, D_n$ jelenti az adott heti igényt, amely egy tetszőleges eloszlású valószínűségi változó formájában jelenik meg. Látható, hogy a függvény utolsó tagja meglehetősen bonyolult, de különböző matematikai átalakítások révén, amit jelen cikkben nem tárgyalunk, megkapjuk a függvény egyszerűbb változatát:

$$\begin{aligned} K_{123,n}(q_{123,n}) = & c_f + c_v[q_{123,n} - x] + \\ & + hE[q_{123,n} - D_1]^+ + \\ & + hE[q_{123,n} - D_1 - D_2]^+ + \dots + \\ & + hE[q_{123,n} - D_1 - D_2 - \dots - D_n]^+ + \\ & + pE[(D_1 + D_2 + \dots + D_n) - q_{123,n}]^+ \end{aligned} \quad (5)$$

A (4) és (5) összefüggés között a különbség a büntető költség felírásában jelentkezik. Az egyszerűsödés abból adódik, hogy az egyes heti igények, mint tetszőleges eloszlású véletlen valószínűségi változók, függetlenek egymástól a teljes időhorizont alatt. Ebben az értelemben a büntetés költsége az n hétre összegzett igény és a raktáron lévő mennyiség különbségeként számítható. A függvény alakjából egyértelműen látható, hogy a problémát visszavezettük az egy hetes gyártás problémájára. A megoldás, az n hetes együttes gyártás optimális raktározási mennyisége ismét szélsőérték számítási feladatként adódik a következőképpen:

$$\begin{aligned} F_{123,n}(q_{123,n}) = & \frac{p - c_v - hF_1(q_{123,n}) - hF_{12}(q_{123,n})}{(h+p)} + \\ & + \frac{-hF_{123}(q_{123,n}) - \dots - hF_{123,n-1}(q_{123,n})}{(h+p)} \end{aligned} \quad , \quad (6)$$

ahol $F()$ az összevont hetek számának megfelelő együttes eloszlásfüggvényt jelöl. Az a $q_{123,n}^*$ – ami esetén az egyenlőség fennáll – kifejezi, hogy mennyi késztermeknek kell a raktáron lennie a vevői igény megjelenésekor n hétre nézve. Az egy hetes gyártás esetében említett kritikus raktárkészlet természetesen az n darab gyártási ciklus együttes gyártása esetén is alkalmazható. Jelen cikkben azonban ezt nem tárgyaljuk.

4.2 Optimális készletgazdálkodási politika n együttes hétre

Az eddigiekben bemutattuk, hogy az optimális raktározási mennyiség n darab hét együttes gyártása esetén az egy hetes gyártás problémájához hasonló szimmetriát mutató összefüggéssel számítható. A továbbiakban egy konkrét példán keresztül röviden ismertetjük az n hetes együttes gyártás gyakorlati jelentőségét, és gyors alkalmazhatóságát.

A tapasztalati tényezők azt mutatják, hogy a gyártás fix költségének (magas) értéke jelentősen befolyásolja az adott gyártási időhorizonton belüli setup -olások számát, közvetve pedig a költségeket. Minél nagyobb értékről van szó, annál kevesebb gyártási ciklusra érdemes felbontani az adott megrendelési időablakot, mert így az adott időhorizontra vonatkoztatva a költség akkor és csak akkor lesz minimális, ha a gyártás fix költségének függvényében a setup -ok darabszáma minimális.

A következőkben egy olyan módszert mutatunk be, amelynek segítségével mind az optimális setup darabszám, mind pedig az optimális gyártási mennyiség meghatározható. A módszer közvetlenül alkalmazza az előzőekben tárgyalt n hét együttes gyártásának költségfüggvényét.

A költségfüggvényben szereplő valószínűségi változókat normál eloszlásúnak feltételezzük. A módszer tetszőleges eloszlás esetén is alkalmazható, azonban jelen példában a könnyebb érthetőség miatt a normál eloszlást választjuk. Ennek oka az, hogy egyenletes eloszlású véletlen valószínűségi változók összegéből képzett új változó (pl.: $D_{123} = D_1 + D_2 + D_3$) eloszlás, illetve sűrűségfüggvénye bonyolulttá válik. Normál eloszlás esetében viszont az új változó σ , és μ értékei az összeadandó változók σ , valamint μ értékeinek összegeként realizálódik. Továbbá feltételezzük, hogy a σ és μ értékek minden hét esetén azonosak.

A módszer alap gondolata a következő: Az n hetes együttes gyártás költségfüggvényének segítségével tetszőleges időhorizontra vonatkozó optimális gyártási mennyiség meghatározható. Ez mennyiség azonban független a gyártás fix költségétől, mivel az n darab hétet egyetlen gyártási ciklusnak tekinti. Könnyen belátható, hogy egy adott időhorizontra vonatkozóan a szükséges setup darabszám nagymértékben függ a gyártási fix költségének értékétől. A probléma kezelésének miatt érdekében bevezetjük a fajlagos költség fogalmát, amely az adott időhorizontra vonatkozó termékre eső költséget jelenti. A fajlagos

költség értékét jelölje $\hat{K}_i = \frac{K_i}{q_i^*}$, ahol K_i jelenti az i

darab együtt gyártott hét költségét, q_i^* az i darab együtt gyártott hét optimális mennyisége, és $i = 1 \dots n$.

Feltételezzük, hogy a fajlagos költség értéke a különböző darabszámú összevontan gyártott hetek esetén különböző lesz. Célunk ezen értékekből a minimális megtalálása. Tehát annak a $\hat{K}_{min}$ értéknek a megtalálása, amely kielégíti a következő összefüggést:

$$\hat{K}_{min} = \min\{\hat{K}_i\}, \text{ ahol } i = 1 \dots n. \quad (7)$$

A minimummal való rendelkezés pedig egyértelműen mutatja az adott termelési időhorizont alatt szükséges együtt gyártandó hetek számát,

amiből már a szükséges minimális *setup* darabszám közvetlenül adódik.

Az eljárás első lépése az n hetes együttes gyártás képletének alkalmazása $n = 1 \dots k$ -ig, amely során meghatározásra kerülnek a k darab együttlgyártott hét optimumai. A tapasztalat szerint k értéke maximálisan 7 – 8 hét lehet a valóságban. Az optimumok meghatározása a már korábban ismertetett módszerek segítségével analitikus úton elvégezhető, melynek számítási időigénye csekély. A következő gyakorlati példán keresztül igazoljuk a feltételezésünket.

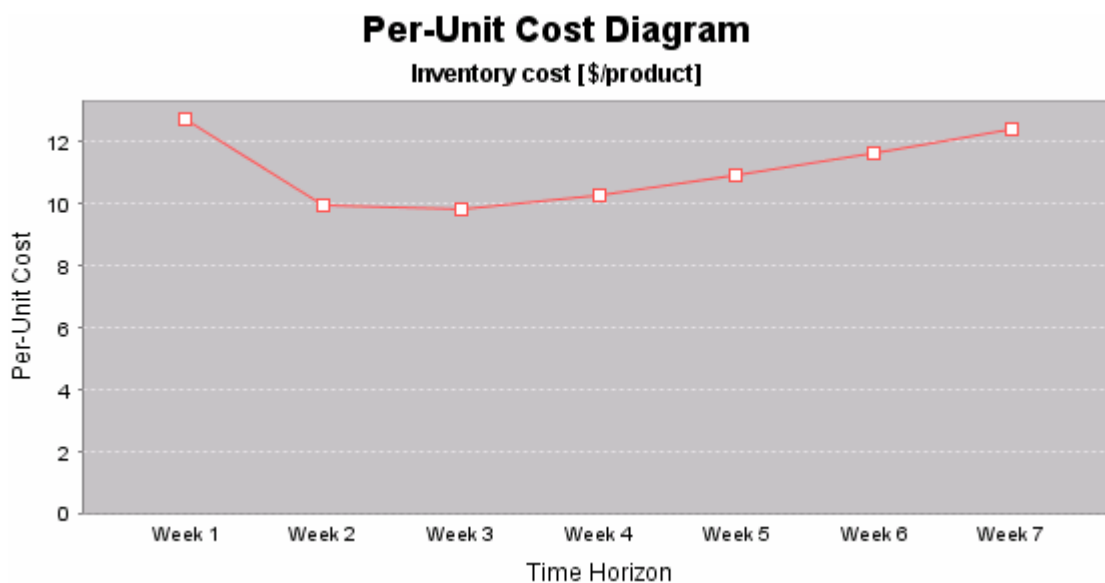
A termékekre való igény normál eloszlást követ 15/hét középértékkel, és $\sigma = 3$ szórással. A back-order költség minden elem esetén $p = 40$ egység. A raktározási költség $h = 2$ egység / periódus. A gyártási költség fix része, $c_f = 120$ egység/sorozat. A változó költség értéke pedig $c_v = 5$ egység legyen. A számítások során kapott $k = 1 \dots 9$ db hét együttes gyártásának fajlagos költségeit, és legyártott optimális

q mennyiségeket a következő táblázatban foglaljuk össze:

1.táblázat. Példa optimális együttlgyártási hétszám meghatározására

	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₇
Optimal quantity	17.9	34.7	50.7	65.9	80.4	94.3	107.5
Per-unit Cost	12.6	9.9	9.8	10.2	10.9	11.6	12.4

A táblázat oszlopai az együttl gyártott hetek számát jelentik. Az első sor jelzi az optimális mennyiséget az együttl gyártott hetek függvényében, az utolsó sor pedig a fajlagos költséget jelenti. Jól látható, hogy a fajlagos költség a harmadik oszlop esetében a legkisebb. Ez azt jelenti, hogy a definiált paraméterek függvényében három hét együttes gyártása esetén lesz a költség minimális. A következő ábra segítségével szemléletesebben megfigyelhetjük a fajlagos költség változását az együttlgyártott hetek függvényében:



1.ábra. Fajlagos költség változása

Az ábra x tengelyén a gyártási időhorizontot ábrázoltuk a hetek függvényében, az y tengelyen pedig a fajlagos költség értékét az együttl gyártott hetek függvényében. Látható, hogy fajlagos költség értéke három hét (ciklus) együttlgyártása esetén a legkisebb. Három hét együttl gyártásával költségünk valóban minimális lesz. A módszer segítségével tehát meghatározható az adott termelési időhorizonton belüli minimálisan szükséges gyártási ciklusok száma, és a ciklusokban gyártandó optimális mennyiség. A megoldási eljárás helyességét korlátozás programozás módszerével, és genetikus algoritmus segítségével ellenőriztük, amelynek eredményei a módszer hatékonyságát egyértelműen igazolják. A módszer rendkívüli előnye az, hogy nagyságrendekkel gyorsabb, mint a teljes leszámolás (brute force), vagy a genetikus algoritmus. És mivel analitikus

megoldásról van szó, ezért a megoldás mindig pontos lesz, vagy legalábbis a hiba előre becsülhető.

5. ÖSSZEGZÉS

Jelen cikkben egy magyarországi tömeggyártással foglalkozó cég igényei alapján a beszállító készletezési problémáját vizsgáltuk a beszállító és a vevő kollaboratív kapcsolata esetén. Az irodalomból ismert modelleket továbbfejlesztve a back-order lehetőségét nem kizáró tetszőleges időhorizontra alkalmazható beszállítói költségfüggvényt optimaltunk a paraméterek függvényében. Kiterjesztettük az egy hetes gyártási ciklus problémáját úgy, hogy tetszőleges, n darab hét együttes gyártása lehetővé váljon. A problémát nemlineáris szélsőérték számítási feladatként értelmezve meghatároztuk az optimális raktározási mennyiséget.

Bemutattuk, hogy egy heurisztikus módszer segítségével az optimális készletszint mellett a minimálisan szükséges együtt gyártott hetek száma is egzakt módon meghatározható. A módszer hatékonyságát genetikusan algoritmusmal és korlátozás programozással igazoltuk. A modell szimulációi egyértelműen mutatják, hogy a módszer számítási ideje csekély, ezért különböző politikák döntési alternatívák gyors kipróbálására alkalmas.

A továbbiakban az időszakos termékek kifizetésének modellezését célozzuk meg. A termék kifizetés probléma vizsgálatának célja az, hogy a valóságban lehetnek olyan termékek (pl.: romlandó), melyekre valamilyen oknál fogva az igények megszűnhetnek. A modell ez irányú kiterjesztésével a beszállító számára hatékonyabb készletgazdálkodás válik lehetővé. Célkitűzésünkhöz tartozik a várható igény előrejelzés információk beépítése a modellbe, valamint annak a vizsgálata, hogy a múltbeli tény adatok és a bizonytalan forecast hogyan befolyásolják a készletek időbeli alakulását.

6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerző ezúton mond köszönetet a cikkben összefoglalt kutatási és fejlesztési munka támogatásáért a Magyar Tudományos Akadémia Termelésinformatikai Kutatóhelyének (alapítva a Miskolci Egyetem Alkalmazott Informatikai Tanszékén, Grant No. MTA – TKI 06108). Az ismertetett eredmények a „VITAL” nevű projekthez (Nemzeti Kutatási és Technológiai Hivatal, Grant No.: 2/010/2004) kapcsolódó kutatási munkák során születtek, valamint kapcsolódnak az FKFP 0052/2002-es (Felsőoktatási Kutatási és Fejlesztési Pályázat) pályázat programjához.

HIVATKOZÁSOK

- [1] AYHAN, Hayriye, DAI, Jim, FOLEY, R. D., and WU, Joe: *Newsvendor Notes*, ISyE 3232 Stochastic Manufacturing & Service Systems, 2004.
- [2] CACHON, Gérard P.: *Competitive Supply Chain Inventory Management*, Quantitative Models for Supply Chain Management (International Series in Operations Research & Management Science, 17), Chapter 5., 2003.
- [3] CACHON, Gérard P.: *Supply Chain Coordination with Contracts*, In de Kok, A. G., Graves, S. C. (eds): *Supply Chain Management: Design, Coordination and Cooperation*. Handbooks in Op. Res. and Man. Sci., 11, Elsevier, 2003, pp. 229-339.
- [4] TAYLOR, David A.: *Supply Chains A Managers Guide*, Addison Wesley, 2003.
- [5] GIRLICH, Hans-Joachim, CHIKÁN, Attila: *The Origins of Dynamic Inventory Modelling under Uncertainty*, 1999, pp. 2-16.
- [6] GARDNER, Daniel L.: *Supply Chain Vector: Methods for Linking the Execution of Global Business Models With Financial Performance*, J. Ross Publishing, 2004
- [7] MULLER, Max: *Essentials of Inventory Management*, American Management Association, 2002.
- [8] WEISSTEIN, Eric W.: *CRC Concise of Encyclopedia of Mathematics*, CRC Press, London, 1999.
- [9] BRAHIMI, N., DAUZERE-PERES, S., NAJID, N. M., NORDLI, A.: *Single Item Lot Sizing Problems*, European Journal of Operational Research, 2006, 168, pp. 1-16.
- [10] LEE, C. C., CHU, W. H. J.: *Who Should Control Inventory in a Supply Chain?*, European Journal of Operational Research, 164, 2005, pp. 158-172.
- [11] MILEFF, Péter, NEHÉZ, Károly: *Applying Analytical Methods in Inventory Control Problems*, microCAD, 20th International Scientific Conference, Hungary, 2006, pp. 128-135.
- [12] BRAMEL, Julien, SIMCHI-LEVI, David: *The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics Management*, Springer, 1997, pp. 175-240.
- [13] COHEN, Shoshanah, ROUSSEL, Joseph: *Strategic Supply Chain Management: The Five Disciplines for Top Performance*, McGraw-Hill Companies, 2005.
- [14] KOVÁCS, László: *Adatbázisok tervezésének és kezelésének módszertana*, ComputerBooks Kiadó, Budapest, 2004.

Függelék

Optimális raktárkészlet meghatározása egy hétre

A modellben vázolt probléma költségfüggvényét a paraméterek függvényében a következőképpen definiálhatjuk:

$$K(q) = c_f + c_v(q - x) + p[D - q]^+ + h[q - D]^+.$$

Arra a tényre vagyunk kíváncsiak, hogy mennyi lesz a költség egy periódusra nézve, azaz mennyi lesz a költségek várható értéke: $g(q) = E[K(q)]$. Ebből pedig adódik az (1) képlet. Jelöljük $F(x)$ – el az igények eloszlásfüggvényét (cumulative distribution function). Legyen $f(x)$ pedig az igények valószínűségi sűrűségfüggvénye (probability mass function), tehát

$$F(x) = P(D \leq x) = \int_0^x f(y) dy.$$

Feltesszük, hogy $f(x)$ folytonos a $[0, \infty)$ intervallumon. Az ebben a fejezetben levont következtetések mindig igaznak, ha D egy általános folytonos véletlen változó. Minden $q > 0$ esetben a következő összefüggések igazak:

$$\begin{aligned}
E(q-D)^+ &= \int_0^\infty (q-x)^+ f(x) dx = \int_0^q \max(q-x, 0) f(x) dx = \\
&= \int_0^q (q-x) f(x) dx = q \int_0^q f(x) dx - \int_0^q x f(x) dx, \\
E(D-q)^+ &= \int_0^\infty (x-q)^+ f(x) dx = \int_0^\infty \max(x-q, 0) f(x) dx = \\
&= \int_q^\infty (x-q) f(x) dx = -q \int_q^\infty f(x) dx + \int_q^\infty x f(x) dx.
\end{aligned}$$

Ahol $(q-D)^+ = \max(q-D, 0)$, és
 $(D-q)^+ = \max(D-q, 0)$.

A kapottakat visszahelyettesítve tehát a költségfüggvény a következő:

$$\begin{aligned}
g(q) &= c_f + c_v(q-x) + h \left[q \int_0^q f(x) dx - \int_0^q x f(x) dx \right] + \\
&+ p \left[-q \int_q^\infty f(x) dx + \int_q^\infty x f(x) dx \right].
\end{aligned}$$

Célunk a minimális g megtalálása, amihez legelőször meg kell találnunk azt a q -t, ami eleget tesz a $g'(q) = 0$ egyenletnek. A deriváláshoz felhasználjuk a következő alapszabályokat:

$$\frac{d}{dx} \int_0^x h(t) dt = h(x), \text{ és } \frac{d}{dx} \int_x^\infty h(t) dt = -h(x).$$

Tehát:

$$\begin{aligned}
g'(q) &= c_v + h \left[\int_0^q f(x) dx + qf(q) - qf(q) \right] + \\
&+ p \left[- \int_q^\infty f(x) dx - qf(q) + qf(q) \right], \\
g'(q) &= c_v + h \left[\int_0^q f(x) dx \right] - p \left[\int_q^\infty f(x) dx \right].
\end{aligned}$$

A deriválás elvégzése után, és az alapszabályok felhasználásával a következő összefüggéshez jutunk:

$$g'(q) = c_v + hF(q) - p(1 - F(q)).$$

Ha $g'(q) = 0$, akkor van egy olyan q^* , ami teljesíti a következő egyenletet:

$$F(q^*) = \frac{p - c_v}{p + h}.$$

A g függvény minimumának ellenőrzéséhez vegyük g második q szerinti deriváltját:

$$g''(q) = (p + h)f(q).$$

Megvizsgálva a kapott eredményt belátható, hogy $p + h \geq 0$ minden esetben, mivel p és h egyaránt

pozitív egészek. Így pedig $g''(q) \geq 0$, azaz g konvex a $[0, \infty)$ intervallumon.

Angol cím: "APPLYING NEWS-VENDOR PROBLEM IN CUSTOMIZED MASS PRODUCTION"

Angol összefoglaló: In recent years numerous new supply chain and inventory control models have been developed to support management decisions. In this paper, we investigate the classical one-customer and one-supplier (news vendor) problem with an analytical, event oriented model. Our basic aim was to extend the classical one-period news vendor model to n periods, which means that management decisions will be made only once at the beginning of a predefined time horizon based on demand forecast information. A new heuristic method was developed to determine the optimal length of the time horizon. We examine the problem by means of an own simulation method and analysis of the results will also be discussed.