

Programtervezési ismeretek

Feladatok gyakorláshoz

1. Halmazok, műveletek

1. Tekintsük az $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \zeta\}$ és $B = \{igaz, hamis\}$ halmazokat!

- Írjuk fel az $A \times A, A \times B, B \times A, B \times B$ Déscartes szorzatokat!
- Írjuk fel a $2^A, 2^B$ halmazokat!
- Írjuk fel az $A^2 \times B$ halmazt!
- Mennyi eleme lesz az $A^2 \cup (B \times A)$ halmaznak?
- Teljesül-e a következő egyenlőtlenség?

$$|(A \times B) \cup (B^2 \times A^2)| < |A^3 \cup B^3|$$

2. Számítsuk ki a következő halmazok elempárjainak szorzatát $a \cdot b$ formában orosz-paraszt módszerrel!

$$S = \{(48, 13), (59, 108), (1024, 127), (50, 128), (123, 456)\}$$

- Ellenőrizzük kézzel kiszámítva a szorzatot!
- Számítsuk ki $b \cdot a$ formában is!

3. Számítsuk ki az

$$\lfloor a \rfloor, \lceil a \rceil, \lfloor b \rfloor, \lceil b \rceil, \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{b}{a} \right\rfloor, \left\lceil \frac{a}{b} \right\rceil, \left\lceil \frac{b}{a} \right\rceil, \\ \text{Round}\left(\frac{a}{b}\right), \text{Round}\left(\frac{b}{a}\right), \left\{\frac{a}{b}\right\}, \left\{\frac{b}{a}\right\}$$

kifejezések értékét, az összes lehetséges a -ra és b -re!

$$A = \{3, -2, 8, 1, 0.2, \pi\}, \quad B = \{5, 7, -4, 0.9, -e\}$$

4. Írjuk fel a következő halmazok elemeit!

$$P = \{a \bmod b \mid a \in \{5, 0, -2, 9\}, b \in \{-1, 4, 21, 0, 98\}\}$$

$$Q = \{a \operatorname{div} b \mid a \in \{50, 41, -28, 11\}, b \in \{-4, 72, 18\}\}$$

Számrendszeri átváltás

1. Egész szám adatstruktúra

$$c_n, c_{n-1}, \dots, c_1, c_0 \quad 0 \leq c_k < b, b \geq 2$$

$$x = c_n \cdot b^n + c_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + c_1 \cdot b^1 + c_0 \cdot b^0 = \sum_{i=1}^n c_i \cdot b^i$$

- Írjuk fel a 5291-et 2, 3, 7, 8, 10, 11, 16-os számrendszerben!
- Ellenőrizzük helyiértékesen és Horner sémával!

2. Mennyi számjegyből fog állni a 12345678 szám 2, 3, 6, 10, 15, 16-os számrendszerben?

$$n + 1 = \lfloor \log_b x \rfloor + 1$$

3. Negatív egészek ábrázolása, kettes komplement

Mennyi byte szükséges a -11, -923, -30000, -300000 számok ábrázolásához?

4. Törtek átírása

- Írjuk át a 0.527, -0.32 és -0.64 értékeket kettes és tizenhatos számrendszerbe!
- Írjuk át a 0.110110110_2 , 0.21022_3 és $0.AFFE_{16}$ értékeket tízes számrendszerbe!

Váltsuk át a 32412 és -1111 számokat kettes számrendszerbe!

- Mennyi bitből fog állni?
- Adjuk össze őket kettes számrendszerben!
- Az összeget számoljuk vissza 10-es számrendszerbe, és ellenőrizzük!

5. Írjuk fel kettes számrendszerbe a következő értékeket!

$$0.42578125_{10}, \quad 0.70312_{10}, \quad 0.74_{10}, \quad 0.14062_{10}, \quad 0.15_{10}, \quad 0.ABCD_{16}$$

Ellenőrizzük helyiértékesen és Horner sémával is!

6. Ha egy szám 83 jegyű kettes számrendszerben, akkor hány jegyű lesz 16, 12 és 10-es számrendszerben?

Ha egy szám 20 jegyű 16-os számrendszerben, akkor hány jegyű lesz 10-esben, 8-asban és kettesben?

7. Mennyi byte-on lehet ábrázolni a TAJ számot?

Lebegőpontos számábrázolás

1. Ábrázoljuk egyszeres lebegőpontos számábrázolással a következő értékeket!

$$4152.6374, \quad -0.49, \quad 5592.134, \quad 0.83, \quad 99.77$$

2. Számítsuk ki, hogy milyen értékeket ábrázolnak a következő byte-ok egyszeres lebegőpontos ábrázolást feltételezve!

$$9FC40000, \quad FF88C000, \quad 14130000, \quad C5C50000, \quad 87654321$$

Logikai műveletek, kapuáramkörök

1. Fejezzük ki a bináris logikai műveleteket az $\wedge$, $\vee$ és negáció műveletekkel!
2. Írjuk fel a 5 bemenetes többségi szavazás diszjunktív normál formáját, és rajzoljuk fel a kapuáramkört!
3. Adjuk meg a végtelen értékeket egyszeres pontossággal!
4. Milyen érték a $7F801110$?
5. Tervezzük meg egy 7 bemenetes automatának a logikai kapuáramkörét, amely a maximumot adja vissza!
6. Tervezzünk kapuáramkört $\wedge$, $\vee$ és negáció kapukból az $u = f(x, y, z) = \overline{(x \oplus y)} \rightarrow \bar{z}$ logikai függvényhez!

7. Vizsgáljuk meg, hogy teljesülnek-e a következő azonosságok!

$$x \wedge (y \rightarrow z) \equiv (x \rightarrow z) \wedge (x \rightarrow z)$$

$$x \oplus (y \vee z) \equiv (x \oplus y) \vee (x \oplus z)$$

8. Tervezzünk kapuáramkört az $\wedge$, $\vee$ és negáció műveletekkel az $u = f(x, y, z) = (x \oplus (y \rightarrow z)) \wedge (x \rightarrow y)$ logikai függvényhez!

9. Tervezzünk 8 bemenetes paritás ellenőrző automatát!

10. Igazoljuk a következő egyenlőségeket!

$$\overline{\overline{X \cap Y} \cup X} = \emptyset$$

$$\overline{A \cap \overline{B} \cup \overline{A} \cap B} = \overline{\emptyset}$$

11. Mennyi olyan halmazpár van, amelyeknek a metszete $\{\mu, \sigma\}$ uniója pedig $\{\xi, \eta\}$?

12. Mik lesznek a következő halmazok elemei?

- $\{x \in \mathbb{R} : x^3 - 2x^2 + 8 = 0\}$
- $\{x \in \mathbb{R} : 3 \log x = \log x^3\}$
- $\{x \in \mathbb{R} : 5 < |x| \leq 10\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 16 \text{ és } y \geq 0\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < y \leq 4\}$

13. Tekintsük az $A = (-15; 23]$ és a $B = [15; 21)$ intervallumokat. Határozzuk meg a következő kifejezések értékét: $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \triangle B, A \times B, 2^A, 2^B$.

14. Milyen elemek tartoznak a következő halmazokhoz?

- $\{(a, b) \in \mathbb{N}^2 | a \bmod b = 8, a + b = 50\}$
- $\{(a, b) \in \mathbb{N}^2 | a \operatorname{div} b = 4, a \cdot b < 100\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \operatorname{Round}(x) + \operatorname{Round}(y) = 5\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \{3 \cdot x\} > 2 \cdot \{y\}\}$

15. Írjuk fel a $2^{2^{\{a,b,c\}} \setminus \{(x,y) | x \in \{a,b\}, y \in \{b,c\}\}}$ halmaz elemeit!

16. Ha $|H| = 122, A \subset H, B \subset H, |A| = 79, |B| = 61$ akkor mennyi lesz $|A \cup B|$ és $|A \cap B|$?

Karak adattípus, Unicode

1. Alakítsuk át a következő unicode szimbólumokat UTF-8 kódolásúra!

U+0052, U+09AE, U+10EAC8, U+88FF

Sor- és oszlopolytonos tárolási mód

1. Adott egy tömb a memóriában, amelynek elemei 24 bájtosak. A 92-edik elem a tömbelem 10. bájtjának 3. bitje hanyadik bitje lesz a tömbnek?

- Vizsgáljuk külön a 0 és 1 kezdőindexek eseteit!
- Hogyan tudnánk felírni általánosan, ha m bájtos a tömb, i -edik tömbelem j -edik bájtjának k -adik bitjéről van szó?

Procedúrák, rekurzív algoritmusok

1. Konkatenáljuk össze egy karaktereket tartalmazó vektor első 10 elemét!

- Írjuk fel a procedúra be- és kimeneteit!
- Írjuk fel a procedúra és a főprogram működését lépésenként!
- Vizsgáljuk a futás közben a verem állapotát!

2. Készítsünk rekurzív procedúrát az előző feladatra!

- Hogyan változik a verem állapota futás közben?
- Rajzoljuk fel a rekurzív hívási fát!
- Mennyi rekurzív hívás történt, és mennyi volt a maximális veremmélység?
- Milyen előnyei/hátrányai vannak a rekurzív megvalósításnak?

3. Számítsuk ki az $\binom{10}{9}$ értékét!

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

4. Számítsuk ki a $\sqrt{111}$ értékét az iteratív képletnek megfelelően $\varepsilon = 0.0001$ pontossággal!

$$x_{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(x_k + \frac{s}{x_k} \right)$$

5. Számítsuk ki a `Div_Sum(2000, @x)` hívás esetén az x értékét!

```
Div_Sum(a, @r)
// Input:  $a \in \mathbb{Z}$ 
// Output:  $r \in \mathbb{Z}$ 
IF  $a < 20$ 
  THEN  $r \leftarrow 0$ 
  ELSE CALL Div_Sum( $a \text{ DIV } 5$ , @r)
     $r \leftarrow r + (a \text{ DIV } 3) + (a \text{ DIV } 4)$ 
RETURN(r)
```

6. Írjunk egy procedúrát, amely egy tömbhöz egy olyan tömböt számol ki, melynek i -edik elemén az eredeti tömb i -edik előtti elemeinek összege szerepel!

7. Írjunk fel egy rekurzív függvényt a faktoriális kiszámítására!

- Számítsuk ki az $8!$ értékét!
- Mennyi rekurzív hívás volt a számítás során?
- Mekkora volt a maximális mélysége a hívási veremnek?
- Rajzoljuk fel a rekurzív hívási fát!

8. A bináris keresés algoritmusával keressük meg a 200 értéket a következő tömbben!

$$A = [50, 100, 120, 140, 140, 200, 280, 432]$$

9. Készítsünk egy procedúrát, amely megállapítja, hogy egy vektor mely elemei esnek egy adott intervallumba!

10. Ellenőrizzük, hogy egy tömb elemei nemnövekvő sorrendben vannak-e!

11. Készítsünk *egy* procedúrát, amely kiszámítja két vektor különbségét és diadikus szorzatát!

12. Írassuk ki egy vektor értékeinek mediántól való eltérését!

13. Ellenőrizzük, hogy két vektorban elemei között nincsenek azonos értékűek!
14. Hogyan tudnánk bekérni, tárolni és kiíratni egy felsőháromszögmátrix értékeit?
15. Vizsgáljuk meg, hogy egy mátrix diagonális-e!
16. Egy egész értékeket tároló vektorban keressünk olyan számhármassokat, amelyekre teljesül, hogy $2x - 3y = z^3$.
17. Síkbeli pontok adatait tároljuk egy tömbben (x, y) rendezett párok formájában folytonosan.

$$[\ x_0 \ y_0 \ x_1 \ y_1 \ \dots \ x_{n-1} \ y_{n-1} \ x_n \ y_n \]$$

18. Írassuk ki a koordináták mellé az origótól való távolságukat!
19. Forgassuk el az összes pontot az origó körül egy adott szöggel!
20. Írassuk ki azon pontok koordinátáit, amelyek nem esnek az origó r sugarú környezetébe!
21. Keressük meg azon pontpárokat, amelyek távolsága egy adott δ értéknél kisebb!
22. Keressük meg azon pontnégyeseket, amelyek egy körre esnek!
23. Általánosan hogy kereshetnénk legkisebb területű szabályos sokszögeket, amelyeknek csúcsai az adott pontok?
24. Készítsünk egy procedúrát, amely egy szöveges értékről megállapítja, hogy az lehet-e telefonszám!
25. Távolítsuk el egy szövegből az ékezetes karaktereket!

Struktúrált programozás

1. Rajzoljuk fel a következő élhalmazokhoz a programgráfokat!
teljes

$$P = \{(START, A), (A, B/i), (A, F/h), (B, E), (E, G), (F, C), (C, D/i), (C, G/h), (G, H), (H, STOP)\}$$

tömör

$$P = \{START \rightarrow P, P \rightarrow (Q, R), Q \rightarrow (T, S), R \rightarrow (S, U), S \rightarrow (V, W), T \rightarrow X, V \rightarrow X, U \rightarrow Y, W \rightarrow Y, X \rightarrow STOP, Y \rightarrow STOP\}$$

Vizsgáljuk meg, hogy a program, és ha nem, akkor rajzoljuk fel az ekvivalens struktúrált program gráfját!

- írjuk fel a struktúrált program formuláját!
- Írjuk fel az eredeti és a struktúrált program pszeudó kódját!
- Számítsuk ki a ciklikus bonyolultságot!
- Rajzoljuk fel a struktogramot!

2. Rajzoljuk fel a programgráfot a pszeudókód alapján!

```

1 A
2   IF B
3       THEN GOTO 6
4       ELSE GOTO 1
5 D
6 IF C
7   THEN GOTO 2
```