

MISKOLCI EGYETEM DOKTORI (PHD) TÉZISFÜZETEI



HATVANY JÓZSEF INFORMATIKAI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA

MODELLEK ÉS MÓDSZEREK TÖBBCÉLÚ, TÖBBPROJEKTES  
ÉS ERŐFORRÁSKORLÁTOS PROJEKTÜTEMEZÉSI  
FELADATOK MEGOLDÁSÁRA

KÉSZÍTETTE:

MIHÁLY KRISZTIÁN

OKLEVELES MÉRNÖK-INFORMATIKUS

AKI DOKTORI (PHD) FOKOZAT ELNYERÉSÉRE PÁLYÁZIK

TÉMAVEZETŐ:

DR. KULCSÁR GYULA

EGYETEMI DOCENS

A DOKTORI ISKOLA VEZETŐJE:

PROF. DR. SZIGETI JENŐ

MISKOLC, 2024

## Tartalomjegyzék

1	A KUTATÁS TÉMATERÜLETE ÉS KITŰZÖTT CÉLJAI .....	3
2	A KUTATÁSHOZ KAPCSOLÓDÓ PROJEKTÜTEMEZÉSI MODELLEK ÁTTEKINTÉSE.....	4
3	ALKALMAZOTT MÓDSZEREK .....	7
4	A KUTATÓMUNKA ÖSSZEFOGLALÁSA .....	8
5	ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK .....	10
1.	Tézis: Optimalizálási modell többcélú, többprojektes, erőforrás-korlátos ütemezési feladatok megoldásának támogatására. ....	10
2.	Tézis: Hibrid ütemezési módszer kiterjesztett többcélú, többprojektes, erőforráskorlátos ütemezési feladatok megoldására. ....	10
3.	Tézis: Többszemponútú taszkválasztó módszer felépítő jellegű ütemezési módszerek számára. ....	11
4.	Tézis: Kombinált keresési metaheurisztika permutációs sorrendi feladatok megoldására. ....	12
5.	Tézis: Integrált rekombinációs és mutációs operátor a JAYA keresési metaheurisztika hatékonyságának növelésére.....	13
6	AZ EREDMÉNYEK HASZNOSÍTHATÓSÁGA.....	14
7	SAJÁT PUBLIKÁCIÓK.....	15
8	HIVATKOZOTT PUBLIKÁCIÓK .....	16
9	NEW SCIENTIFIC RESULTS.....	23
	Thesis 1: Optimization model to support the solution of multi-objective, multi-project, resource-constrained scheduling problems.....	23
	Thesis 2: Hybrid scheduling method for solving extended multi-objective, multi-project, resource-constrained scheduling problems.....	23
	Thesis 3: Multi-criteria task selection method for constructive scheduling methods.....	24
	Thesis 4: Combined search metaheuristic for solving permutation sequencing problems.	25
	Thesis 5: Integrated recombination and mutation operator to improve the efficiency of the JAYA search metaheuristic. ....	26

## 1 A KUTATÁS TÉMATERÜLETE ÉS KITŰZÖTT CÉLJAI

Az idővel való megfelelő gazdálkodás rendkívül fontos szerepet játszik a különböző rendszerekben végbemenő folyamatok tervezésében és irányításában. A folyamatok nagyon sokfélék és változatosak lehetnek a végrehajtási környezettől függően. Tervezési és irányítási szempontból egy jellegzetes változatot jelent a projekt-orientált szemlélet. Napjainkban megfigyelhető, hogy a projekt alapú tervezés és végrehajtás egyre nagyobb szerepet kap a gyártással kapcsolatos folyamatok minden területén.

Az iparban használt termék életciklus menedzsment rendszerek átfogó megoldást kínálnak egy termék teljes életciklusának kezelésére kezdve a koncepcionális ötleteléstől, a termék- és termelés-tervezésen át a gyártásba bocsájtásáig, melyet a terméktámogatás és végül a termék kivezetése követ. Ezek a rendszerek rendszerint tartalmaznak saját, vagy integrált projekt kezelő megoldásokat, melyek segítségével a gyártási folyamatok szervezésére új eszközkészlet áll rendelkezésre. A projekt fogalom eredetileg nem a terméktervezés, vagy a termékgyártás sajátja, azonban a gyakorlatban jól alkalmazhatónak bizonyult.

A projekt tekinthető egy időben jól körbe határolt, jól meghatározott cél elérésének érdekében végzett tevékenységek és cselekvések összességének. Projekt alapú feladatszervezést alkalmazó cégek egyidejűleg több projektet is végrehajtanak. A projektek gyakran osztoznak közös erőforrásokon és ez az erőforrásmegosztás vezethet olyan versenyhelyzethez, amikor a párhuzamosan futó projektek által támasztott igények időben egyszerre már nem teljesíthetőek. A versenyhelyzet feloldása egy olyan feladat-végrehajtási sorrend kialakításával történik, ami lehetővé teszi az egy időben támasztott igények korlátokat figyelembe vevő teljesítését. Minden projekt saját erőforráskészlettel, célokkal és korlátokkal rendelkezik. Ez a projektszintű meghatározottság egy cég szintű optimális ütemterv kialakítását nehezíti, különösen abban az esetben, ha a projektek egymástól nem független módon hajthatóak végre a megosztott erőforrások, vagy feladatok végrehajtásának sorrendi megkötése miatt.

A kutatás kitűzött célja, hogy a többprojektes menedzselési környezetben jelentkező igények alapján olyan ütemezési modell álljon rendelkezésre, amely alkalmas sok projekt egyedileg meghatározott céljait és igényeit leírni és lehetővé teszi, hogy a részletes végrehajtási ütemtervek generálásakor az igények együttes teljesítését támogassa. A modell alapján olyan ütemező módszer kifejlesztését tűztem ki, amely hatékonyan támogatja sok, különböző prioritású célfüggvény együttes optimalizálását a rendelkezésre álló erőforrások és a végrehajtandó projektek egyedi korlátfeltételeinek egyidejű betartása mellett. A kutatás fő céljai:

1. Az erőforráskorlátos, többcélú, többprojektes ütemezési feladatok ismert modelljeinek és ütemező eljárásainak vizsgálata.

2. Többprojektes környezetben jelentkező ütemezési feladatok matematikai modelljeinek kutatása és fejlesztése. Kiemelt szempont, hogy a modell kezeljen rugalmasan definiálható és eltérő optimálási iránnyal rendelkező célfüggvényeket.
3. Ütemezési eljárások kutatása, ütemezési módszertan és algoritmusok fejlesztése.

## 2 A KUTATÁSHOZ KAPCSOLÓDÓ PROJEKTÜTEMEZÉSI MODELLEK ÁTTEKINTÉSE

A szakirodalomban nagy számú könyv, folyóiratcikk és kutatási eredményt közlő konferencia közlemény található, melyek az ütemezési problémák témakörével foglalkoznak. Ebbe a kategóriába tartozik például a járműútvonal-optimalizálás [1], a munkaterhelés-szabályozás [2], a folyamatirányítás [3], a feladatok munkásokhoz rendelése [4], a projekt előrehaladásának értékelése [5], a munkaterület-elrendezés optimalizálása [6], az ellátási lánc optimalizálása [7], a gyártástervezés [8], a termelésstervezés és -irányítás [9], a termelésütemezés [10] és sok más probléma.

A kutatás céljai között kitűzött kiterjesztett modell alapjául az erőforráskorlátos projektütemezési problémák modelljét (*Resource-constrained Project Scheduling Problem – RCPSP*) tekintetem. Az RCPSP probléma első matematikai leírását Pritsker és társai fogalmazták meg 1969-ben [11]. A modell elsőként vezette be és alkalmazta a projekt teljes időtartama (*makespan*) fogalmát, amely célfüggvényként fejezi ki egy projekt utolsó feladatának a befejezési idejét. Blazewicz és társai 1983-ban bebizonyították, hogy az RCPSP problémák az NP nehéz problémák osztályába tartoznak [12].

Az RCPSP probléma eredeti megfogalmazása óta több összefoglaló cikk került publikálásra, melyekben a feladat különböző megoldási lehetőségeit vizsgálják [13], [14], [15], [16]. Már az eredeti RCPSP modell is nagy kutatási múltra tekint vissza és eredeti formájában is nagyon sok ütemezési feladat leképezésére alkalmas, ennek ellenére a gyakorlati alkalmazások további kiterjesztéseket tettek szükségessé. Az ismert RCPSP kiterjesztésekről Hartman és Briskorn ad egy mély és összefoglaló jellegű áttekintést [17]. Hartman és Briskorn az eredeti modell variánsait és kiterjesztéseit az alábbi szempontok szerint osztályozták: (1) a projektet alkotó feladatok általánosítása; (2) alternáló megelőzési feltételek és feladat kapcsolati karakterisztikák bevezetése; (3) többprojektes szempontok hozzáadása. Kutatási területem Hartman és Briskorn szerinti kategorizálás két fő csoportjába sorolható, mivel többcélúságot és többprojektes kiterjesztést is vizsgál.

Többcélúság egyidejű kezelését más kutatások is felvetették és vizsgálták már [18]. Általánosságban elmondható, hogy a kutatók a legalább két célfüggvényt alkalmazó modelleket és módszereket többcélú (multi-objective) optimalizálásnak nevezik, míg a több mint három célfüggvényt egyszerre alkalmazó problémákat a tudományos irodalomban sokcélú optimalizálási problémaként *manyi-objective optimization*

*problem*) nevezik [19]. Az alkalmazott célfüggvények száma szignifikáns emelkedést mutat, a gyakorlati feladatok megoldására a kutatók újabb és újabb célfüggvényeket dolgoztak ki. A célfüggvények számának növekedése az ütemezési problémák megoldásának tekintetében egyben új kihívást is jelent, mely megoldására új megoldási módszerek kidolgozására van szükség. Ezek az új kihívások egyrészt magukban foglalják ahogyan új megoldási jelölteket generálunk, illetve azt, hogy a különböző megoldásokat praktikusán alkalmazható teljesítménymutatók alapján miként tudjuk egymáshoz hasonlítani [20]. A többcélű optimalizálási problémák megoldására a kutatók különböző módszereket alkalmaznak, melyek alapulhatnak a már meglévő megoldási módszereken, jelenthetnek kiterjesztett módszert, új módszert vagy a korábbi módszerek hibrid alkalmazását.

A többcélű projektütemezési probléma megoldására a kutatók széles körűen alkalmazzák az alábbi három minta valamelyikét: (1) az egyes célfüggvények súlyozott lineáris kombinációját; (2) Pareto-elvet; (3) sorrendezett, vagy priorizált célfüggvényeket. A projekt teljes időtartamának és a költségek kombinációjának minimalizálását fogalmazta meg és alkalmazta Dai és társai [21], valamint Schnabel és társai [22]. Az egyedi projektszintű, valamint az egyesített projekt portfóliószintű célok optimalizálására mutattak módszert Tirkolaee és társai [23]. A Pareto-hatékonyság elve néhány célfüggvény esetén azt vizsgálja, hogy mely célfüggvények módosítják leginkább az ütemezés teljesítménymutatóit (*Key Performance Indicators – KPI*). Tabrizi és társai két célfüggvényt fogalmaztak meg, melyben az első a projekt teljesítési idejének és a projekt határidőjének kombinációja, a második pedig az úgynevezett rendelések ökológiai hatása (*ecological impact of order*) volt [24]. A megfogalmazott célfüggvényeket anyagbeszerzési feladatok esetén alkalmazták. Dridi és társai a projekt teljes időtartamát és a költségek minimalizálását vizsgálta a megújuló erőforrások tekintetében [25].

A többcélű optimalizálási eljárások több módon is kategorizálhatóak. Alkalmazhatunk változatosság alapú (*diversity-based*), indikátor alapú (*indicator-based*), nyugodt-domináló elvű (*relaxed-dominance-based*), előnyben részesítés alapú (*preference-based*), összesítés alapú (*aggregation-based*), referenciahalmaz alapú (*reference-set-based*) és kiterjesztő-szűkítő elvű (*dimensionality-reduction-based*) csoportosítást. Manea és Rao [26], Taha [18], valamint Manea és Narsingraoa [27] adtak munkájukban összefoglaló áttekintést a többcélű optimalizálási problémákról és algoritmusokról. Manea és Narsingraoa [27] nem csak áttekintették és rendszerezték az ismert többcélű optimalizálási eljárásokat, hanem egy új, a Jaya algoritmust kiegészítő, kautikus-jellegű (*chaotic-based*) megközelítést is bemutatottak a többcélű optimalizálási problémák megoldására.

Az általam vizsgált projektütemezési problémák többcélű optimalizálási vetületeinek kezeléséhez a Kulcsár és Erdély által javasolt relatív változásra alapozott szemléletet vettem alapul [28]. A javasolt megközelítés eredményesen beépült doktori

értekezésekbe [29], [30], valamint több gyakorlati alkalmazási példa is alátámasztotta a relatív változásra alapozott megközelítés előnyeit [31], [32], [33], [34], [35], [36].

A többcélú optimalizálás mellett egy másik általánosan követett fontos kutatási irány volt a projektütemezési modellek fejlődése. Az alábbi cikkek összefoglaló áttekintést adnak a projekt ütemezési problémák fő variánsairól [37], [38], és [39]. Schwindt and Zimmermann kétkötetes könyvben foglalja össze a projektütemezés fontos modelljeit és megoldási módszereit [40] [41]. Az idő előrehaladásával a témával foglalkozó kutatók az RCPSP probléma további új kiterjesztéseit publikálták. Erről ad jó áttekintést például a [42], és a [17] munka.

Nagyon sok klasszikus gyártásütemezési problémára tekinthetünk az RCPSP, vagy az RCPSP többprojekt kiterjesztésének (*Resource Constrained Multi-Project Scheduling Problem – RCMPSP*) speciális eseteként. Például az egy gépes (1), párhuzamos gépes (P), flow shop (F), flexible flow shop (FF), job shop (J) és flexible job shop (FJ) ütemezési problémák leképezhetőek az RCPSP vagy az RCMPSP modellre. A leképezés során a gyártási művelet (*operation*) a projekt egy aktivitására képezhető le, egy erőforrás típus áll rendelkezésre, amelyben a feladattípustól függően vagy egy, vagy több ugyanabba a munkagépcsoportba sorolt munkagép található és a munkagépek szükségesek a gyártási műveletek végrehajtására. Ezzel a megközelítéssel egy gyártási feladat egy projekttel is reprezentálható.

A job shop (J) és flexible job shop (FJ) problémák megoldására több metaheurisztikán alapuló kereső algoritmust alkalmaztak, például genetikus algoritmusokat ([43]; [44]; [45]; [46]; [47]), szimulált hűlést ([48]; [49]) és tabu keresést ([50]; [51]; [52]). Ezek mellett a természet inspirálta evolúciós metaheurisztikákat is gyakran alkalmaznak az optimalizálási probléma megoldására, úgy mint a részecske-raj algoritmus (*Particle swarm – PSO*) [53], a hangya kolónia algoritmus (*Ant Colony – ACO*) [54], a méh kolónia algoritmus (*Bee Colony Algorithm – BCA*) [55], a bakteriális algoritmus (*Bacteria Algorithm – BA*) [56] és a denevér algoritmus (*Bat Algorithm – BAT*) [57]. Ezenkívül ebbe a csoportba sorolható még a szentjános bogár algoritmus (*Firefly Algorithm – FFA*) [58], a fekete lyuk algoritmus (*Black Hole Algorithm – BHO*) [59], virág beporzás algoritmus (*Flower Pollination Algorithm – FPA*) [60], és a harmónia keresés (*Harmony Search – HS*) [61].

Az irodalomban különböző heurisztikákat is javasoltak az RCPSP megoldására, melyeket három fő csoportba sorolhatunk. Az első csoportba az egyutas heurisztikák tartoznak, a második csoportba a több utas heurisztikák, míg a harmadik csoportot a metaheurisztikák alkotják. Az egy- és több utas heurisztikák előnye, hogy gyorsan tudnak végrehajtható ütemezést szolgáltatni. Ezek a módszerek ütemezést generáló sémákat (*schedule generation scheme – GS*) használnak. Az ütemezési sémák soros és párhuzamos verziója alkalmazható olyan módon, hogy az ütemezés felépítése során egy vagy több prioritással rendelkező szabályt alkalmazunk. A harmadik csoportot alkotó metaheurisztikák különböző variánsai összetett algoritmusokat alkalmaznak, hogy a lehetséges megoldások terét (*searching space*) hatékonyan felkutassák. A

metaheurisztika alapú keresők fő előnye, hogy a szolgáltatott ütemezés jó minőségű, amely alatt azt értjük, hogy az elérhető optimumhoz jól közelít. A metaheurisztikus keresők hátránya, hogy nagy számítási igényt támasztanak és az ütemtervet lassabban tudják előállítani.

Pellerin és társai hívták fel a figyelmet arra a trendre, hogy az elmúlt két évtizedben a metaheurisztikus optimalizálás egyre inkább elmozdult a tisztán egyetlen metaheurisztikát alkalmazó módszerek alkalmazásától a kevert vagy hibrid módszerek felé. Hibrid módszer esetén különböző metaheurisztikák együttes alkalmazása hatékonyabban állíthat elő végrehajtható ütemezéseket, melyek a lehetséges optimumot jobban közelítik. A vizsgált hibrid megközelítési módszerek a [16] munkában kerültek kifejtésre és összehasonlításra. A különböző hibrid módszerek összehasonlításának alapja az RCPSP problémák kutatók körében jól ismert PSLIB benchmark adatain alapulnak.

A tématerület aktív kutatásai eredményeként Vanhoucke és Coelho tanulmányaikban a nagyméretű RCPSP ütemezési problémák kezelését vizsgálták [62], [63]. Xue és társai egy branch-and-bound módszert hasonlítottak össze CPLEX és genetikussal erőforráskorlátos proaktív projektütemezési feladatokon [64].

### 3 ALKALMAZOTT MÓDSZEREK

Kutatómunkám a szakirodalomban publikált modellek és eljárások megismerésén alapul. A kutatómunka része, hogy a tématerület bemutatásánál vázolt kihívások és célok az ismert modellekkel hogyan kezelhetőek, mely esetben teljesítik az elvárt célokat és hol mutatnak hiányosságot. Munkám során kiválasztottam az RCPSP alapmodellt, amelyet kiindulási modellként használhatok. Mindezek után lefektettem egy teljes matematikai modellt, amely tartalmazza a továbbfejlesztési irányként megfogalmazott többcélúságot és a célfüggvények dinamikus kiterjeszhetőségét.

A modell felállítása után megvizsgáltam a korábbi modellek megoldására tett javaslatokat. Igazolt, hogy a kiindulásként választott alapprobléma az NP nehéz feladatok körébe tartozik, azaz megoldásukra nem lehetséges polinomiális számítási idejű algoritmust készíteni. Az a kutatás elején világos lett, hogy kiterjesztett modell esetén a korábbi modellek speciális esetként modellezhetőek, így a Karp-redukciót alkalmazva az új modell is NP nehéz osztályba tartozik. A feladat megoldásához egyrészt kereső eljárásokat kutattam, illetve a felépítő elvű eljárások alkalmazhatóságát is megvizsgáltam. Végül a két módszertan előnyeit együttesen kihasználó ütemezési megközelítés lehetőségét vizsgáltam meg.

A kidolgozott modell és eljárások alkalmazhatóságát szoftveres adaptáción keresztül ellenőriztem. Készítettem egy szoftvert, amelynek adatmodellje a kidolgozott matematikai modellre alapul. A szoftver tartalmaz egy heurisztikus keresőből és egy felépítő eljárásból álló modult, melyek alkalmazzák a többcélú optimalizálás során

kidolgozott számítási eljárást. A szoftveres megvalósítás mellett javaslatot teszek egy alkalmazható szoftveres architektúrára.

A szoftver funkcionális tesztelése után teljesítményteszteket futtattam generált teszt adatsorokon és ismert benchmark feladatokon. A tézisek érvényességét az itt mért mutatók alapján igazoltam. A tudományos kutatómunka eredményeit magyar és idegen nyelvű tudományos konferenciákon mutattam be, illetve tudományos folyóiratokban publikáltam.

## 4 A KUTATÓMUNKA ÖSSZEFOGLALÁSA

Doktori disszertációmban bemutatom a többprojektes, többcélú, erőforráskorlátos projekt ütemezési feladatok modellezésével és megoldásával kapcsolatban végzett kutatómunkám elért eredményeit. Tevékenységem az erőforráskorlátos projektütemezési feladatok modellezési kiterjesztésére fókuszált, melyek közül az egyik kiterjesztés a több projektet egyszerre kezelő irányra vonatkozik, miközben a másik kiterjesztésem a projektek egyedi célfüggvényeinek és a teljes rendszer célfüggvényeinek együttes kezelését támogatja.

Az értekezés harmadik fejezetében bemutatom a kutatási feladatom során megfogalmazott kiterjesztett erőforráskorlátos projektütemezési probléma matematikai modelljét. A matematikai leírás kiterjed a leírásban használt alapfogalmakra és azok jelölésére. Az alapfogalmak bemutatása során példákat ismertetek a modell egyes gyakorlati alkalmazására. Bevezetésre kerülnek a probléma alapadataiból származtatott másodlagos bemeneti adatok. Meghatározom azokat a feltételeket és korlátokat, amelyeket a probléma leíró adatoknak teljesíteniük kell. Ezt követően meghatározásra kerülnek a probléma megoldására javasolt elsődleges döntési változók, amelyek a problémára adott megoldást reprezentálják. Az elsődleges döntési változók mellett a megértést segítő másodlagos minősítő értékek is bevezetésre kerülnek. Hasonlóan meghatározásra kerülnek azok a korlátok, amelyeket a döntési változóknak és a másodlagos minősítő értékeknek teljesíteniük kell, hogy a megoldást végrehajtható megoldásnak tekintsük. Végül az alkalmazható célfüggvényekre mutatok néhány példát.

Az értekezés negyedik fejezete tartalmazza a megvizsgált megoldási koncepciót a harmadik fejezetben ismertetett probléma megoldására. A koncepció épít a korábbi tudományos eredményekre és azok eredményeiből kiindulva tesz kiterjesztési javaslatokat. A megoldó eljárás két fő egységből áll, (1) egy kiterjesztett, rugalmasan vezérelhető ütemterv felépítő eljárásból és (2) egy metaheurisztikus keresőből, amely a felépítő eljárást beépülő módszerként (konstruktív szimulátorként) tudja irányítani és alkalmazni. A bemutatás során ismertetek egy kiterjesztett evolúciós algoritmust, amely bizonyos gyártásütemezési feladatok esetében a fejlesztés kiindulási alapját adó eredeti eljáráshoz viszonyítva hatékonyabb megoldásokat ad. Az értekezésben több kiterjesztett algoritmust is ismertetek. A kutatási munka első időszakában a Jaya evolúciós



---

algoritmus adaptálhatóságát vizsgáltam meg. A kiterjesztés során az eredeti Jaya algoritmust a többcélúság szempontjával és a relatív minősítő eljárás alkalmazásával terjesztettem ki. Az elvégzett mérési eredmények után további kiterjesztést alkalmaztam és az eredeti Jaya mutációs operátora helyett egy módosított operátort javasoltam. A módosított operátor esetén igazoltam, hogy bizonyos gyártásütemezési feladatok esetén az eredeti algoritmustól hatékonyabb eredményeket ad. A Jaya algoritmus megismerése és alkalmazása után egy új algoritmust dolgoztam ki az ütemezendő feladatok prioritásának meghatározására. Az új algoritmus a Jaya algoritmus alapötletét kombinálja lokális kereséssel. A kifejlesztett új algoritmust MOSM (*Multi-Objective Scheduling Method*) néven publikáltam.

Az ötödik fejezetben a megoldási koncepció megvalósíthatósága érdekében végzett szoftverarchitektúra-tervezési és alkalmazásfejlesztési munkám eredményeit foglalom össze. A fejezet célja a megvalósítás koncepcionális ismertetése, amely kiterjed a kialakított szoftver kompozíciós felépítésére és egy javasolt objektum-orientált implementációjára.

A hatodik fejezetben bemutatom a modell alkalmazhatóságát különböző ismert gyártásütemezési és benchmark feladatokon. Az első esetben olyan ismert gyártásütemezési problémákat képeztem le az RCMOMPSP modellre, amelyek esetében ismert egy polinomiális időben végrehajtható, a problémában definiált célfüggvény szerinti optimumot adó ütemezési algoritmus. A második esetben NP nehéz projektütemezési benchmark problémákat képeztem le az RCMOMPSP modellre. A benchmark feladatok elérhetőek olyan publikált forrásokon keresztül, amelyek tartalmazzák az adott feladat példány esetén közzétett bizonyított alsó, vagy felső korlátokat, ha elérhető a bizonyított optimum érték, illetve ennek hiányában az eddig ismert legjobb megoldás. A bemutatás során az alkalmazott mérési módszert, futási eredményeket és a futási eredményekből levont következtetéseket ismertetem. A gyártásütemezési és projektütemezési benchmark feladatok megvizsgálása után az RCPSPP benchmark problémákból kiindulva többprojektes, több célfüggvényt egyszerre figyelembe vevő problémákat állítottam elő, amelyeken teszteltem az ütemező hatékony vezérelhetőségét a célfüggvények prioritásaival és mértem az egyes célfüggvények tekintetében elért eredményeket. Ellenőriztem, hogy a több feladatválasztási szabályt alkalmazva az ütemterv felépítő generálási séma az elvárt teljesítményt és viselkedést mutatja-e. Az értekezés függeléke a dolgozatban kiemelt futási eredményekkel kapcsolatos további részleteket tartalmaz.

## 5 ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

### 1. Tézis: Optimalizálási modell többcélú, többprojektes, erőforrás-korlátos ütemezési feladatok megoldásának támogatására.

*Kidolgoztam egy optimalizálási modellt független és részben összefüggő projektek aktivitásainak (taszkjainak) ütemezésére, amely magába foglalja az ismert erőforráskorlátos projektütemezési (RCPSP) problémán túlmenően a megújuló erőforrások időben változó kapacitás-korlátait, az aktivitások és a projektek saját célfüggvényeit, a teljes rendszerre vonatkozó célfüggvényeket, valamint a célfüggvények egyedi prioritásait és optimalizálási irányait. A kidolgozott matematikai modell definiálja ennek a kiterjesztett MORCMPSPP problémának a döntési változóit, a korlátfeltételeit és a rugalmasan változtatható célfüggvény-rendszerét.*

Az optimalizálási modell fontosabb jellemzői:

- 1.1. A rugalmas célfüggvény-rendszer bevezetése lehetővé teszi tetszőleges számú, dimenziójú, értékészletű és optimalizálási irányú teljesítménymutató figyelembevételét az ütemezés során.
- 1.2. A klasszikus RCPSP modellben az erőforrás kapacitáskorlátja csupán egy időfüggetlen konstans érték lehet, míg az én RCMOMPSP modellem tetszőleges kapacitás-idő függvények használatát biztosítja.
- 1.3. A projektek lehetnek egymástól függetlenek, vagy lehet közös aktivitásuk. Adott aktivitás egyidejűleg több projekthez is tartozhat.
- 1.4. Jól ismert ütemezési feladatok megoldásán keresztül igazoltam, hogy az új modell alkalmas a klasszikus (single mode RCPSP) projektütemezési feladaton túlmenően diszkrét gyártási folyamatok ütemezési feladatainak kezelésére is.

Az 1. tézisben összefoglalt eredményeket az értekezés 3. fejezetében részletesen ismertettem, valamint a [S19] publikációban is bemutattam.

### 2. Tézis: Hibrid ütemezési módszer kiterjesztett többcélú, többprojektes, erőforráskorlátos ütemezési feladatok megoldására.

*Egy kombinált hibrid megoldási módszert dolgoztam ki kiterjesztett többcélú, többprojektes, erőforráskorlátos ütemezési feladatok megoldására, amely a probléma megoldását több döntési szintre bontja. Az első szinten kereső algoritmusok állítják be*

---

*az aktivitások (taszkok) prioritását, majd a második szinten a taszkok prioritásai által vezérelt felépítő algoritmusok készítenek megvalósítható megoldásokat. A jelölt megoldások közötti választást többcélűfüggvényes relatív minősítésen alapuló modell támogatja.*

A módszer fontosabb jellemzői:

- 2.1. A kidolgozott hibrid módszer a szándékos várakoztatást nem igénylő ütemezési feladatok megoldásának támogatására készült. A sietést minimalizáló célfüggvényeket leszámítva tetszőleges célfüggvények alkalmazhatók a megoldások minőségének számszerűsítésére.
- 2.2. A módszer integráltan együtt kezeli az erőforrásokra, a projektekre és az aktivitásokra (taszkokra) vonatkozó korlátozásokat.
- 2.3. A módszer figyelembe veszi a projektek és a taszkok végrehajtási jellemzőit.
- 2.4. A módszer támogatja a prediktív és a reaktív ütemezési feladatok igény-vezérelt menedzselését az aktuális végrehajtási környezet előírásait és alternatíváit figyelembe véve.
- 2.5. A hibrid módszer rugalmas alkalmazhatóságát és hatékonyságát az implementált szoftverrel megoldott tesztfeladatok eredményei igazolták.

A 2. tézisben összefoglalt eredményeket az értekezés 4. és 6. fejezeteiben részletesen ismertettem, valamint az [S19, S18, S17, S16, S15] publikációkban is bemutattam.

### **3. Tézis: Többszemponútú taszkválasztó módszer felépítő jellegű ütemezési módszerek számára.**

*Kidolgoztam egy többszemponútú taszkválasztó módszert az ütemezési feladatok megoldásait felépítő módszerek rugalmasságának növelésére, amely a relatív változás-orientált összehasonlítási modellt felhasználva lehetővé teszi sok kiválasztási szempont prioritizált együttes figyelembevételét azokban az esetekben is, amikor a kiválasztási szempontokat reprezentáló számértékek vegyes előjelűek és eltérő optimalizálási irányt támogatnak.*

A módszer fontosabb jellemzői:

- 3.1 A felépítő jellegű ütemező algoritmusok egyik legfontosabb döntési fázisa a következő beütemezendő aktivitás (taszk) kiválasztása az ütemezhető taszkok halmazából. A kidolgozott új módszer lehetővé teszi, hogy egynél több kiválasztási szempontot vegyünk egyidejűleg figyelembe.
- 3.2 A kiválasztási szempontok között egyaránt szerepelhetnek a klasszikus taszk-orientált prioritás-elvű számértékek, dinamikusan újra számolt időfüggő számértékek és külső irányítási hatást kifejező vezérlő számértékek.
- 3.3 A döntési szempontokat kifejező számértékek egyaránt lehetnek pozitív és negatív előjelűek, valamint kisebb vagy nagyobb számérték egyaránt képviselheti az adott szempont döntésre gyakorolt hatását.
- 3.4 Minden egyes döntési szemponthoz egy saját prioritási érték is tartozik, amely az adott szempont figyelembevételének mértékét szabályozza.
- 3.5 Ezek a kiterjesztések együtt lehetővé teszik a kiválasztási módszer felhasználó általi kalibrálását.

A 3. tézisben összefoglalt eredményeket az értekezés 4.2 alfejezetében részletesen ismertettem, valamint az [S19, S18] publikációkban is bemutattam.

#### **4. Tézis: Kombinált keresési metaheurisztika permutációs sorrendi feladatok megoldására.**

*Populáció-alapú evolúciós és lokális szomszédsági stratégiákat együttesen alkalmazó metaheurisztikus keresési módszert dolgoztam ki permutációs sorrendi feladatok megoldására. A módszer hatékonyan alkalmazható az aktivitások (taszkok) prediktív ütemezési és végrehajtási sorrendjének meghatározására.*

A módszer fontosabb jellemzői:

- 4.1 A kidolgozott kombinált keresési módszer előnyösen alkalmazható prediktív ütemezési feladatok megoldására, amikor megfelelő idő áll rendelkezésre sok megoldás előállítására és kiértékelésére.
- 4.2 A keresési módszer megoldást módosító operációinak működési módja független a célfüggvényektől.
- 4.3 A módszer hatékonyan kezeli azokat a feladatokat is, amelyekben az aktivitásoknak (taszkoknak) megelőzési előfeltételei vannak. A beépített normalizáló algoritmus biztosítja, hogy a sorrend minden korlátozásnak megfeleljen.
- 4.4 A módszer hatékonyságát a benchmark tesztfeladatokon elért eredmények igazolták.

---

A 4. tézisben összefoglalt eredményeket az értekezés 4.4.1 és 4.5 fejezeteiben részletesen ismertettem, valamint az [S18] publikációban is bemutattam.

### **5. Tézis: Integrált rekombinációs és mutációs operátor a JAYA keresési metaheurisztika hatékonyságának növelésére.**

*Többszülős rekombinációt és mutációt egyidejűleg megvalósító operátort dolgoztam ki a JAYA keresési metaheurisztika hatékonyságának növelésére. Az új operátor probléma-független, így alkalmas tetszőleges optimalizálási feladat megoldásának támogatására. Az operátor hatékonyabban működik az  $1||C_{sum}$  benchmark feladatokon mint az eredeti JAYA operátor.*

A módszer fontosabb jellemzői:

- 5.1 A kidolgozott új operátor egyidejűleg valósít meg többszülős rekombinációt és mutációt.
- 5.2 Az új operátor működési módja független a célfüggvényektől és a korlátozásoktól.
- 5.3 Az új operátor hatékonyságának tesztelését  $1||C_{sum}$  ütemezési feladatokon végeztem el úgy, hogy a JAYA keresési elvet alkalmaztam az elemi ütemezendő aktivitások (taszkok) prioritásainak beállítására. A kiosztott prioritások alapján a soros generálási sémát használtam a megoldás előállítására. A benchmark tesztfeladatokon elért eredmények igazolták, hogy az új operátor kevesebb keresési lépésszámmal oldja meg a feladatokat, mint az eredeti JAYA operátor.

Az 5. tézisben összefoglalt eredményeket az értekezés 4.5.2 és 6.1.2 fejezeteiben részletesen ismertettem, valamint az [S16], publikációban is bemutattam.

## 6 AZ EREDMÉNYEK HASZNOSÍTHATÓSÁGA

Dolgozatomban igazoltam, hogy az általam kidolgozott optimalizálási modell, valamint a modellben leírt problémát megoldó módszerek alkalmasak a projektütemezési feladatok elvégzésére. A modell és a módszer nemcsak a projektütemezési feladatok megoldására használható, hanem további alkalmazási környezetek leképezésére is, mivel a feladatok, korlátozások, ütemezési célok és prioritások rugalmasan kezelhetők. A bemutatott koncepció fontos jellemzője a magas fokú rugalmasság és vezérelhetőség.

Ismert referencia gyártásütemezési és projektütemezési feladatokon, valamint ezekből létrehozott többprojektes ütemezési feladatokon keresztül bizonyítottam, hogy a modell képes az ismert problémákat speciális esetként kezelni. Több célfüggvényes környezetben igazoltam az eljárás vezérelhetőségét, ami lehetővé teszi alkalmazását reaktív ütemezési környezetekben is.

A modell és a megoldó módszer integrálható a vállalatok projektkezelő rendszereibe. A kidolgozott modell és módszer nemcsak a meglévő rendszerek bővítésére alkalmas, hanem új projektütemezési alkalmazások fejlesztésére is lehetőséget biztosít.

A bemutatott módszer sokoldalúan alkalmazható különféle iparágakban és rendszerekben. Magas fokú rugalmassága és kiterjeszhetősége lehetővé teszi, hogy különböző típusú ütemezési és optimalizálási feladatok megoldására is használjuk, például:

1. Projektmenedzsment: A módszer alkalmas rövid, közép- és hosszú távú projektvégrehajtási ütemtervek elkészítésére. Hatékonyan kezeli a többprojektes és projekt portfóliós környezetet.
2. Gyártási rendszerek: Alkalmazható a gyártási folyamatok tervezéséhez, ütemezéséhez és irányításához. A módszer magas fokon automatizált gyártási rendszerekben is használható, ahol a műveletek és vezérlő paraméterek prioritásai mesterséges intelligencia alkalmazásával folyamatosan finomíthatók, amit további kutatási irányoknak tekintek.
3. Kiber-fizikai rendszerek: Alkalmas valós idejű szinkronizációra és irányításra, ahol a valós és szimulációs rendszerek együttműködnek a döntéshozatal és a folyamatok vezérlése során.
4. Szolgáltatási rendszerek: Lehetővé teszi különféle szolgáltatási folyamatok ütemezését és optimalizálását (például: események megszervezésének ütemezése, logisztikai feladatok ütemezése, karbantartási feladatok ütemezése, egészségügyi ellátórendszerek erőforrásainak és folyamatainak ütemezése stb.).

---

## 7 SAJÁT PUBLIKÁCIÓK

- [S19] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „Solving logistics scheduling problems using an extended many-project optimization model,” *Advances in Digital Logistics, Logistics, Logistics and Sustainability, Lecture Notes in Logistics*, 2024
- [S18] K. Mihály, and Gy. Kulcsár, „A New Many-Objective Hybrid Method to Solve Scheduling Problems,” *INTERNATIONAL JOURNAL OF INDUSTRIAL ENGINEERING AND MANAGEMENT*, volume 14, issue 4, pp 326-335, 2023, Q2
- [S17] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „Multi-objective, multi-project scheduling solver implementation using SAP ABAP language,” *PRODUCTION SYSTEMS AND INFORMATION ENGINEERING*, volume 10, issue 1, pp 90-101, 2022
- [S16] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „Advanced Methods to Solve Multi-project Scheduling Problems Taking into Account Multiple Objective Functions,” *LECTURE NOTES IN MECHANICAL ENGINEERING: Vehicle and Automotive Engineering*, volume 4, pp 747-755, 2022, Q4
- [S15] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „Experimental Implementation of a Resource-Constrained Multi-Project Scheduling Problem Solver,” *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, volume 49, issue 2, pp 53-58, 2021
- [S14] K. Mihály, and Gy. Kulcsár, „Párhuzamosan futó projektek többcélú ütemezési modellje és implementálása SAP rendszerben,” *Doktoranduszok Fóruma : Miskolc*, 2019. november 21. : *Gépészmérnöki és Informatikai Kar Szekciókiadványa*, pp 127-13, 2020
- [S13] K. Mihály, and Gy. Kulcsár, „Solving Extended Project Scheduling Problems,” *MŰSZAKI TUDOMÁNYOS KÖZLEMÉNYEK*, volume 13, issue 1, pp 137-141, 2020
- [S12] K. Mihály, and Gy. Kulcsár, „Kiterjesztett projektütemezési feladatok megoldása,” *MŰSZAKI TUDOMÁNYOS KÖZLEMÉNYEK*, volume 13, pp 137-141, 2020
- [S11] Gy. Kulcsár, M. Kulcsárné Forrai, and K. Mihály, „Rugalmas gyártórendszer újraütemezési feladatainak modellezése és megoldása,” *Műszaki tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2019 : konferencia előadásai*, pp 189-192, 2019
- [S10] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „Új módszerek több projekt, több célfüggvényes, erőforrás-korlátos ütemezési feladatok megoldására integrált vállalatirányítási környezetben,” *Műszaki tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2019 : konferencia előadásai*, pp 241-244, 2019
- [S9] K. Mihály, and Gy. Kulcsár, „Erőforrás-korlátos környezetben párhuzamosan futó projektek többcélú ütemezése,” *MULTIDISZCIPLINÁRIS TUDOMÁNYOK: A MISKOLCI EGYETEM KÖZLEMÉNYE*, volume 9, issue 4, pp 301-304, 2019
- [S8] K. Mihály, M. Kulcsárné Forrai, and Gy. Kulcsár, „New multi-objective methods to solve resource-constraint multi-project scheduling problems in integrated ERP-APS

systems,” *IOP CONFERENCE SERIES: MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING*, 448, pp 1-10, Paper 012033, 2018

[S7] O. Hornyák and K. Mihály, „Using Graphical Processing Units for Deterministic Single Machine Scheduling Problems,” *PRODUCTION SYSTEMS AND INFORMATION ENGINEERING*, volume 6, pp 27-40, 2013

[S6] K. Mihály and O. Hornyák, „Grafikus kártya számítási kapacitásának használata determinisztikus, egygépes ütemezési problémák megoldására,” *FMTÜ XVII. Nemzetközi Tudományos Konferencia, Műszaki Tudományos Füzetek - FMTÜ*, volume 17, pp 247-250, 2012

[S5] K. Mihály and O. Hornyák, „Grafikus kártya számítási kapacitásának használata determinisztikus ütemezési problémák megoldására,” *MicroCAD 2012: XXVI. microCad International Scientific Conference, Section Applied information engineering*, 2012

[S4] K. Mihály and O. Hornyák, „Using graphical processing units in scheduling problems,” *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, volume 39, issue 2, pp 215-218, 2011

[S3] K. Mihály, O. Hornyák and Gy. Kulcsár, „Basic concepts of an extended general shop scheduler in manufacturing,” *MicroCAD 2011: XXV. microCad International Scientific Conference, P Section*, pp 73-77, 2011

[S2] K. Mihály and O. Hornyák, „Generic framework for Scheduling problems,” *MicroCAD 2010: XXIV. microCad International Scientific Conference, Section O: Applied information engineering*, pp 103-108, 2010

[S1] K. Mihály, „Keretrendszer fejlesztése ütemezési feladatok megoldására,” *XV. FMTÜ Nemzetközi Tudományos Konferencia, Műszaki Tudományos Füzetek - FMTÜ* 2067-6808 ; volume 15, pp 213-216, 2010

## 8 HIVATKOZOTT PUBLIKÁCIÓK

- [1] S. H. Huang, J. H. Huang, H. C. Lee és Y. Y. Tong, „A new hybrid algorithm for solving the vehicle routing problem with route balancing,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet14, %1. szám1, pp. 51-62, March 2023.
- [2] P. Renna, „Workload control order release with controllable processing time policies: an assessment by simulation,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet13, %1. szám3, pp. 194-205, Sept. 2022.



- 
- [3] M. K. Adeyeri, S. P. Ayodeji, E. O. Olutomilola és O. J. Abayomi, „The Automated Process Control Model for Energy Consumption Optimization within Plantain Flour Processing Facility,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet13, %1. szám3, pp. 206-214, Sept. 2022, doi: 10.24867/IJEM-2022-3-313.
- [4] N. Fernandes, M. Thürer, F. Rodrigues, L. Pinto Ferreira, F. J. G. Silva és P. Avila, „Worker Assignment in Dual Resource Constrained Systems Subject to Machine Failures: A Simulation Study,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet13, %1. szám2, pp. 110-118, 30 June 2022, doi: 10.24867/IJEM-2022-2-305.
- [5] D. A. Kurniady, Nurochim, A. Komariah, Turwelis, H. T. Hoi és V. H. Ca, „Construction project progress evaluation using a quantitative approach by considering time, cost and quality,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet13, %1. szám1, pp. 49-57, March 2022.
- [6] S. Gao, J. Daaboul és J. Le Duigou, „Layout and scheduling optimization problem for a reconfigurable manufacturing system,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet12, %1. szám3, pp. 174-186, Sept. 2021, doi: 10.24867/IJEM-2021-3-286.
- [7] T. Trisna, M. Marimin, Y. Arkeman és T. C. Sunarti, „Fuzzy multi-objective optimization for wheat flour supply chain considering raw material substitution,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet11, %1. szám3, pp. 182-191, Sept. 2020.
- [8] S. K. Karimi, S. J. Sadjadi és S. G. J. Naini, „A bi-objective production planning for a flexible supply chain solved using NSGA-II and MOPSO,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1. kötet13, %1. szám1, pp. 18-37, March 2022, doi: 10.24867/IJEM-2022-1-298.
- [9] N. Tóth és G. Kulcsár, „New models and algorithms to solve integrated problems of production planning and control taking into account worker skills in flexible manufacturing systems,” *International Journal of Industrial Engineering Computations*, %1. kötet12, %1. szám4, pp. 381-400, 01 10 2021.
- [10] P. Chetthamrongchai, O. Stepanenko, N. Saenko, S. Bakhvalov, G. Aglyamova és A. Iswanto, „A Developed Optimization Model for Mass Production Scheduling Considering the Role of Waste Materials,” *International Journal of Industrial Engineering and Management*, %1.

- 
- kötet13, %1. szám2, pp. 135-144, 30 June 2022, doi: 10.24867/IJEM-2022-2-307.
- [11] A. A. B. Pritsker, W. J. Lawrence és P. M. Wolfe, „Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach,” *Management Science*, %1. kötet16, %1. szám1, pp. 93-108, 1969.
- [12] J. Blazewicz, J. K. Lenstra és A. H. Kan, „Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity,” *Discrete Applied Mathematics*, %1. kötet5, %1. szám1, 1983.
- [13] R. Kolisch és S. Hartmann, „Heuristic Algorithms for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem: Classification and Computational Analysis,” *Project Scheduling: Recent Models, Algorithms and Applications*, pp. 147-178, 1999.
- [14] S. Hartmann és R. Kolisch, „Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet127, %1. szám2, pp. 394-407, 2000.
- [15] R. Kolisch és S. Hartmann, „PSLIB Single Mode Scheduling Benchmark Dataset,” 2006.
- [16] R. Pellerin, N. Perrier és F. Berthaut, „A survey of hybrid metaheuristics for the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet280, %1. szám2, pp. 395-416, 2020.
- [17] S. Hartmann és D. Briskorn, „An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet297, %1. szám1, pp. 1-14, 2022.
- [18] K. Taha, „Methods That Optimize Multi-Objective Problems: A Survey and Experimental Evaluation,” *IEEE Access*, %1. kötet8, pp. 80855-80878, 2020.
- [19] Y.-H. Zhang, Y.-J. Gong, J. Zhang és Y.-b. Ling, „A hybrid evolutionary algorithm with dual populations for many-objective optimization,” in *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2016.
- [20] I. R. Meneghini, M. A. Alves, A. Gaspar-Cunha és F. G. Guimarães, „Scalable and customizable benchmark problems for many-objective optimization,” *Applied Soft Computing*, %1. kötet90, 2020.
- [21] H. Dai, W. Cheng és P. Guo, „An Improved Tabu Search for Multi-skill Resource-Constrained Project Scheduling Problems Under Step-

- Deterioration,” *Arabian Journal for Science and Engineering*, %1. kötet43, %1. szám6, pp. 3279-3290, 2018.
- [22] A. Schnabel, C. Kellenbrink és S. Helber, „Profit-oriented scheduling of resource-constrained projects with flexible capacity constraints,” *Business Research*, %1. kötet11, %1. szám2, pp. 329-356, 2018.
- [23] E. B. Tirkolaee, A. Goli, M. Hematian, A. K. Sangaiyah és T. Han, „Multi-objective multi-mode resource constrained project scheduling problem using Pareto-based algorithms,” *Computing*, %1. kötet101, %1. szám6, pp. 547-570, 2019.
- [24] B. H. Tabrizi, „Integrated planning of project scheduling and material procurement considering the environmental impacts,” *Computers & Industrial Engineering*, %1. kötet120, pp. 103-115, 2018.
- [25] O. Dridi, S. Krichen és A. Guitouni, „A multiobjective hybrid ant colony optimization approach applied to the assignment and scheduling problem,” *International Transactions in Operational Research*, %1. kötet21, %1. szám6, pp. 935-953, 2014.
- [26] S. Mane és N. M. R. Rao, „Many-objective optimization: Problems and evolutionary algorithms—a short review,” *International Journal of Applied Engineering Research*, %1. kötet12, %1. szám20, pp. 9774-9793, 2017.
- [27] S. U. Manea és M. R. Narsingraoa, „A chaotic-based improved many-objective jaya algorithm for many-objective optimization problems,” *International Journal of Industrial Engineering Computations*, %1. kötet12, %1. szám1, pp. 49-62, 2021.
- [28] G. Kulcsár és F. Erdélyi, „A New Approach to Solve Multi-Objective Scheduling and Rescheduling Tasks,” *International Journal of Computational Intelligence Research*, %1. kötet3, %1. szám4, pp. 343-351, 01 01 2007.
- [29] G. Kulcsár, *Ütemezési modell és heurisztikus módszerek az igény szerinti tömeggyártás finomprogramozásának támogatására, PhD értekezés*, Miskolci Egyetem, 2007.
- [30] M. F. Kulcsárné, *Kiterjesztett modellek és módszerek erőforrás-korlátos termelésütemezési feladatok megoldására, PhD értekezés*, Miskolci Egyetem, 2017.
- [31] G. Kulcsár és F. Erdélyi, „Modeling and Solving of the Extended Flexible Flow Shop Scheduling Problem,” *PRODUCTION SYSTEMS AND INFORMATION ENGINEERING*, %1. kötet3, pp. 121-139, 2006.

- 
- [32] G. Kulcsár, F. Erdélyi és O. Hornyák, „Multi-objective optimization and heuristic approaches for solving scheduling problems,” *MIM'07: Preprints of the IFAC Workshop on Modelling, Management and Control*, pp. 127-132, 14-16 November 2007.
- [33] G. Kulcsár és M. F. Kulcsárné, „Detailed production scheduling based on multi-objective search and simulation,” *Production Systems and Information Engineering*, %1. kötet6, pp. 41-56, 2013.
- [34] M. F. Kulcsárné és G. Kulcsár, „A new scheduling software for supporting automotive component manufacturing,” *LECTURE NOTES IN MECHANICAL ENGINEERING*, pp. 257-274, 2017.
- [35] M. F. Kulcsárné és G. Kulcsár, „Modeling and solving an extended parallel resource scheduling problem in the automotive industry,” *Acta Polytechnica Hungarica*, %1. kötet14, %1. szám4, pp. 27-46, 2017.
- [36] G. Kulcsár és M. F. Kulcsárné, „An advanced model for solving industrial scheduling problems,” *Production Systems and Information Engineering*, %1. kötet10, %1. szám1, pp. 77-89, 2022.
- [37] P. Brucker, A. Drexl, R. Möhring, K. Neumann és E. Pesch, „Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet112, %1. szám1, pp. 3-41, 1999.
- [38] P. Brucker, „Scheduling and constraint propagation,” *Discrete Applied Mathematics*, %1. kötet123, %1. szám1, pp. 227-256, 2002.
- [39] V. L. Tavares, „A review of the contribution of Operational Research to Project Management,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet136, %1. szám1, pp. 1-18, 2002.
- [40] C. Schwindt és J. Zimmermann, *Handbook on Project Management and Scheduling Vol.1*, 1 szerk., Switzerland: Springer International Publishing, 2015, p. 663.
- [41] C. Schwindt és J. Zimmermann, *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 2*, 1 szerk., Springer Cham, 2015, p. 740.
- [42] S. Hartmann és D. Briskorn, „A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, %1. kötet207, %1. szám1, pp. 1-14, 2010.
- [43] W. Sun, Y. Pan, X. Lu és Q. Ma, „Research on flexible job-shop scheduling problem based on a modified genetic algorithm,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, %1. kötet24, %1. szám10, pp. 2119-2125, 2010.

- 
- [44] K. Ida és K. Oka, „Flexible job-shop scheduling problem by genetic algorithm,” *Electrical Engineering in Japan*, %1. kötet177, %1. szám3, pp. 28-35, 2011.
- [45] M. K. Amjad, S. I. Butt, R. Kousar, R. Ahmad, M. H. Agha, Z. Faping, N. Anjum és U. Asgher, „Recent Research Trends in Genetic Algorithm Based Flexible Job Shop Scheduling Problems,” *Mathematical Problems in Engineering*, 2018.
- [46] H. C. Fu és P. Liu, „A multi-objective optimization model based on non-dominated sorting genetic algorithm,” *International Journal of Simulation Modelling*, %1. kötet18, %1. szám3, pp. 510-520, 2019.
- [47] Y. Wang, O. Yang és S. N. Wang, „A solution to single-machine inverse job-shop scheduling problem,” *International Journal of Simulation Modelling*, %1. kötet18, %1. szám1, pp. 335-343, 2019.
- [48] M. Yazdani, M. Gholami, M. Zandieh és M. Mousakhani, „A simulated annealing algorithm for flexible job-shop scheduling problem,” *Journal of applied sciences*, %1. kötet9, %1. szám4, pp. 662-670, 2009.
- [49] R. Zhang, „A Simulated Annealing-Based Heuristic Algorithm for Job Shop Scheduling to Minimize Lateness,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, %1. kötet10, %1. szám4, p. 214, 2013.
- [50] W. Bożejko, M. Uchroński és M. Wodecki, „Parallel hybrid metaheuristics for the flexible job shop problem,” *Computers & Industrial Engineering*, %1. kötet59, %1. szám2, pp. 323-333, 2010.
- [51] S. Jia és Z.-H. Hu, „Path-relinking Tabu search for the multi-objective flexible job shop scheduling problem,” *Computers & Operations Research*, %1. kötet47, pp. 11-26, 2014.
- [52] M. Ziaee, „Job shop scheduling with makespan objective: A heuristic approach,” *International Journal of Industrial Engineering Computations*, %1. kötet5, %1. szám2, p. 273–280, 2014.
- [53] P. Pongchairerks és V. Kachitvichyanukul, „A particle swarm optimization algorithm on job-shop scheduling problems with multi-purpose machines,” *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, %1. kötet26, %1. szám02, pp. 161-184, 2009.
- [54] L. Wang, J. Cai, M. Li és Z. Liu, „Flexible Job Shop Scheduling Problem Using an Improved Ant Colony Optimization,” *Scientific Programming*, 2017.

- 
- [55] K. Z. Gao, P. N. Suganthan, Q. K. Pan, M. F. Tasgetiren és A. Sadollah, „Artificial bee colony algorithm for scheduling and rescheduling fuzzy flexible job shop problem with new job insertion,” *Knowledge-Based Systems*, %1. kötet109, pp. 1-16, 2016.
- [56] G.-C. Luh és S.-W. Lee, „A bacterial evolutionary algorithm for the job shop scheduling problem,” *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, %1. kötet23, %1. szám3, pp. 185-191, 2006.
- [57] H. Zaher, M. El-Sherbieny, N. Ragaa és H. Sayed, „A novel Improved Bat Algorithm for Job Shop,” *International Journal of Computer Applications*, %1. kötet164, %1. szám5, pp. 24-30, 2017.
- [58] K. C. Udaiyakumar és M. Chandrasekaran, „Application of Firefly Algorithm in Job Shop Scheduling Problem for Minimization of Makespan,” *Procedia Engineering*, %1. kötet97, pp. 1798-1807, 2014.
- [59] K. Jeet, R. Dhir és P. Singh, „Hybrid Black Hole Algorithm for Bi-Criteria Job Scheduling on Parallel Machines,” *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, %1. kötet8, %1. szám4, pp. 1-17, 2016.
- [60] X.-S. Yang, M. Karamanoglu és X. He, „Multi-objective Flower Algorithm for Optimization,” *Procedia Computer Science*, %1. kötet18, pp. 861-868, 2013.
- [61] K. Z. Gao, P. N. Suganthan, Q. K. Pan és M. F. Tasgetiren, „An effective discrete harmony search algorithm for flexible job shop scheduling problem with fuzzy processing time,” *International Journal of Production Research*, %1. kötet53, %1. szám19, pp. 5896-5911, 2015.
- [62] M. Vanhoucke és J. Coelho, „A matheuristic for the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, 2024.
- [63] M. Vanhoucke és J. Coelho, „Reducing the feasible solution space of resource-constrained project instances,” *Computers & Operations Research*, %1. kötet165, 2024.
- [64] X. Li, Z. He és N. Wang, „A branch-and-bound algorithm for the proactive resource-constrained project scheduling problem with a robustness maximization objective,” *Computers & Operations Research*, %1. kötet166, 2024.

## 9 NEW SCIENTIFIC RESULTS

### **Thesis 1: Optimization model to support the solution of multi-objective, multi-project, resource-constrained scheduling problems.**

*I developed an optimization model for scheduling the activities (tasks) of independent and partially interrelated projects. This model includes, in addition to the well-known Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP), the time-varying capacity constraints of renewable resources, the individual objective functions of activities and projects, the overall system-wide objective functions, as well as the unique priorities and optimization directions of these objective functions. The developed mathematical model defines the decision variables, constraints, and a flexibly adjustable objective function system for this extended MORCMPS P problem.*

Key characteristics of the optimization model:

- 1.1. The introduction of a flexible objective function system allows the consideration of any number of performance indicators with varying dimensions, value ranges, and optimization directions during scheduling.
- 1.2. In the classical RCPSP model, the resource capacity constraint can only be a time-independent constant value, whereas my RCMOMPSP model ensures the use of arbitrary capacity-time functions.
- 1.3. Projects can be independent or share common activities. A given activity can belong to multiple projects simultaneously.
- 1.4. I proved through the solution of well-known scheduling problems that the new model is suitable for handling not only the classical (single-mode RCPSP) project scheduling problems but also the scheduling tasks of discrete manufacturing processes.

The results summarized in Thesis 1 are detailed in Chapter 3 **Error! Reference source not found.** of the dissertation and have been presented in the publication [S19].

### **Thesis 2: Hybrid scheduling method for solving extended multi-objective, multi-project, resource-constrained scheduling problems.**

*I developed a combined hybrid solution method for solving extended multi-objective, multi-project, resource-constrained scheduling problems, which divides the*

---

*problem-solving process into multiple decision phases. In the first level, search algorithms determine the priorities of activities (tasks), and in the second level, constructive algorithms guided by these task priorities generate feasible solutions. The selection among candidate solutions is supported by a model based on multi-objective relative evaluation.*

Key characteristics of the method:

- 2.1. The introduction of a flexible objective function system allows the consideration of any number of performance indicators with varying dimensions, value ranges, and optimization directions during scheduling.
- 2.2. The method integrally handles constraints related to resources, projects, and activities (tasks).
- 2.3. The method considers the execution characteristics of projects and tasks.
- 2.4. The method supports the demand-driven management of both predictive and reactive scheduling problems, taking into account the requirements and alternatives of the current execution environment.
- 2.5. The flexible applicability and efficiency of the hybrid method were validated by the results of test problems solved by the implemented software.

The results summarized in Thesis 2 are detailed in Chapters 4 and 6 of the dissertation and have been presented in the publications [S19, S18, S17, S16, S15].

### **Thesis 3: Multi-criteria task selection method for constructive scheduling methods.**

*I developed a multi-criteria task selection method to enhance the flexibility of constructive scheduling methods. Using a relative change-oriented comparison model, this method allows the prioritized simultaneous consideration of many selection criteria, even in cases where the numerical values representing these criteria have mixed signs and support different optimization directions.*

Key characteristics of the method:

- 3.1. One of the most important decision phases of constructive scheduling algorithms is the selection of the next activity (task) to be scheduled from the set of



---

schedulable tasks. The new method allows the simultaneous consideration of more than one selection criterion.

- 3.2. The selection criteria can include classical task-oriented priority values, dynamically recalculated time-dependent values, and control values representing external management influence.
- 3.3. The numerical values representing the decision criteria are capable of having both positive and negative signs, and either smaller or larger numerical values can represent the impact of a criterion on the decision.
- 3.4. Each decision criterion is associated with its own priority value, which regulates the degree of considering the given criterion.
- 3.5. These extensions together enable the calibration of the selection method by the user.

The results summarized in Thesis 3 are detailed in Subsection 4.2 **Error! Reference source not found.** of the dissertation and have been presented in the publications [S19, S18].

#### **Thesis 4: Combined search metaheuristic for solving permutation sequencing problems.**

*I developed a metaheuristic search method that simultaneously applies population-based evolutionary and local neighborhood strategies for solving permutation sequencing problems. The method is effectively applicable for determining the predictive scheduling and execution order of activities (tasks).*

Key characteristics of the method:

- 4.1. The developed combined search method is advantageously applicable to solve predictive scheduling problems when sufficient time is available to generate and evaluate many solutions.
- 4.2. The working mode of the solution-modifying operations of the search method is independent of the objective functions.
- 4.3. The method effectively handles, among others, the problems in which the tasks may have precedence constraints. The built-in normalization algorithm ensures that the sequence complies with all constraints.

4.4. The efficiency of the method was validated by the results obtained on benchmark test problems.

The results summarized in Thesis 4 are detailed in Chapters 4.4.1 and 4.5 of the dissertation and have been presented in the publication [S18].

**Thesis 5: Integrated recombination and mutation operator to improve the efficiency of the JAYA search metaheuristic.**

*I developed an operator that simultaneously implements multi-parent recombination and mutation to improve the efficiency of the JAYA search metaheuristic. The new operator is problem-independent, so it is suitable for supporting the solution of any optimization problem. The operator performs more efficiently on the 1||Csum benchmark tasks than the original JAYA operator.*

Key characteristics of the method:

- 5.1. The developed new operator simultaneously implements multi-parent recombination and mutation.
- 5.2. The working mode of the new operator is independent of objective functions and constraints.
- 5.3. The efficiency of the new operator was tested on 1||Csum scheduling problems by applying the JAYA search principle to set the priorities of the elementary activities (tasks) to be scheduled. The solution was generated using the serial generation scheme based on the assigned priorities. The results obtained on benchmark test problems demonstrated that the new operator solves problems with fewer search steps than the original JAYA operator.

The results summarized in Thesis 5 are detailed in Sections 4.5.2 and 6.1.2 of the dissertation and have been presented in the publication [S16].